

МИНОБРНАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Майкопский государственный технологический университет»

Кафедра высшей математики и системного анализа

# ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Майкоп 2019

УДК 531 (07)  
ББК 22.3  
М-55

Печатается по решению  
научно-технического совета ФГБОУ ВО «МГТУ»

Рецензенты:

доктор философских наук, кандидат физико-математических наук,  
профессор Р.А. Беданок  
доктор физико-математических наук, профессор В.Б. Тлячев.

**Катбамбетова М.А.**

М-55 **Физические основы механики.** Учебно-методическое пособие. –  
Майкоп: Магарин О.Г., 2019. – 104 с.

Пособие составлено в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по технологическим и техническим специальностям и направлениям подготовки, включает раздел «Физические основы механики», содержит теоретические сведения по физике и подробные решения демонстрационных вариантов заданий. В пособии представлены задачи для самостоятельного решения и тестовые задания для самоконтроля.

Пособие предназначено для студентов высших технических учебных заведений очной и заочной форм обучения.

УДК 531 (07)  
ББК 22.3

© Катбамбетова М.А., 2019

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **1. Предмет физики**

Физика как наука сложилась на протяжении многовековой истории развития человечества. Она изучает наиболее общие закономерности явлений природы, строение и свойства материи, законы ее движения, изменения и превращения одного вида в другой. К материи относится все то, что окружает нас, существует независимо от нашего сознания. Материя вечно и непрерывно развивается, находясь в бесконечном движении. Под движением понимаются любые изменения материи от простого перемещения до сложнейших процессов мышления. Например, вещество, из которого состоят электромагнитные поля, поля тяготения, вещество галактик и межзвездная среда, элементарные частицы и т. п. представляют собой конкретные формы материи.

Физика оперирует с двумя объектами материи: веществом и полями.

Первый вид материи – частицы (вещество) – образуют атомы, молекулы и состоящие из них тела.

Второй вид – физические поля – вид материи, посредством которого осуществляются взаимодействия между телами (частицами).

Примерами таких полей являются электромагнитное поле, гравитационное и ряд других.

Различные виды материи могут взаимодействовать и превращаться друг в друга.

### **2. Типы взаимодействий**

В современной физике существуют пять взаимодействий:

1. Гравитационные взаимодействия (силы тяготения) управляют движением тел больших и малых масс, но особенно велики для массивных тел: звезд, планет, галактик и т. д. Эти силы являются только силами притяжения между телами.

2. Электромагнитные взаимодействия – самые распространенные в природе в наше время,

Управляют движением и взаимодействием заряженных тел и частиц, включая фотоны, превышают гравитационные силы в  $10^{36}$  раз, являются как силами притяжения, так и силами отталкивания.

3. Слабые взаимодействия управляют взаимопревращением элементарных частиц, кроме фотонов, превышают гравитационные в  $10^{25}$  раз.

4. Сильные взаимодействия превосходят электромагнитные в тысячу раз. Являются силами притяжения. Проявляют себя в ядрах атомов.

5. Информационные взаимодействия передаются мгновенно и без затрат энергии. Информационное взаимодействие открыто в конце XX века.

Создана Единая Теория Поля. Предложена концепция физического вакуума, спиновых полей, полей инерции. Выяснена роль мышления и сознания.

### **3. Основные методы научного познания**

Процесс познания и установления законов физики сложен и многообразен.

Перед физикой как строгой наукой стоят следующие задачи:

- а) исследовать явления природы и установить законы, которым они подчиняются;
- б) установить причинно–следственную связь между открытыми явлениями и явлениями, изученными ранее, расширить их.

Для решения этих и других задач используются следующие методы:

- 1) наблюдение, т. е. изучение явлений в природной обстановке;
- 2) эксперимент – изучение явлений путем их воспроизведения в лабораторной обстановке. Эксперимент имеет большое преимущество перед наблюдением, так как позволяет иногда ускорить, или замедлить наблюдаемое явление, а также многократно его повторить;
- 3) гипотеза – научное предположение, выдвинутое для объяснения наблюдаемых явлений. Любая гипотеза требует проверки и доказательства ее правильности;
- 4) теория – научное предположение, ставшее законом. Если гипотеза не вступает в противоречие ни с одним из опытных фактов, то она переходит

теорию. Правильная физическая теория дает качественное количественное объяснение целой группе явлений природы с единой точки зрения.

Все физические законы установлены на основании опытов. Крупные физические открытия рано или поздно приводят к техническим переворотам, созданию новых отраслей науки и техники, новых технологий.

В современную эпоху на просторы практического применения вышли ядерная энергетика, проблемы освоения Космоса, нанотехнологии в производстве и т. д.

Удалось завершить исследовательскую программу Единой Теории Поля, которая и привела к уравнениям физического вакуума. Точные решения системы уравнений физического вакуума описывают не только гравитационные, электромагнитные, слабые и ядерные (сильные) взаимодействия (поля), но и новые торсионные поля (поля кручения), являющиеся носителями информации.

Новая парадигма позволила существенно расширить наше понимание природных явлений.

На основе новой парадигмы были предсказаны необычные свойства торсионных полей. За первое десятилетие XXI века удалось разработать в России комплекс торсионных технологий. Непрерывно по восходящей спирали идет развитие науки. Человечество все более глубоко и всесторонне проникает в сущность окружающего его материального мира. Процесс познания окружающего нас мира бесконечен, как бесконечна и вечна Природа.

Для успешного изучения физики необходимо понять, что она не свод законов и формул, а стройная система взаимосвязанных явлений Природы.

#### **4. Свойства симметрии пространства–времени**

Основные законы физики: закон сохранения вектора момента импульса, закон сохранения вектора импульса, закон сохранения энергии, связаны со свойствами симметрии пространства и времени, а именно: изотропностью и однородностью пространства и однородностью времени.

В пространстве, свободном от массивных тел, все направления равноценны, т. е. свободное пространство изотропно, так как в нем нет выделенных направлений, имеющих особые свойства. В то же время пространство однородно, т. е. в нем нет точек, обладающих особыми свойствами. Однородным является и время. Любые явления, происходящие в одних и тех же условиях, но в разные моменты времени, протекают одинаково.

Поскольку пространство изотропно и однородно, то для любых систем отсчета невозможно определить положение тел относительно пространства.

С точки зрения какой-либо системы отсчета пространство и время относительны, как и относительно всякое движение. Каждый закон ограничен определенной областью применения. Например, закон сохранения вектора импульса является универсальным и используется как в классической, так и квантовой механике. Такие законы называют фундаментальными. При этом необходимо знать размеры исследуемой области пространства, так как от этого зависит характер физических явлений или взаимодействий.

Физика сложная, но и интересная наука, включает в себя несколько разделов, начиная от механики больших тел до тел малых размеров, например, элементарных частиц. По астрономическим данным во Вселенной элементарные частицы составляют 5 % материи, обнаружено 20 %, темной (невидимой) материи, и 75% темной (невидимой) энергии, которая стремится расширить Вселенную. Изучение законов физики и философское осмысление ее открытий, играет важную роль в формировании научного миропонимания. Замечание: По последним данным все пространство заполнено физическим вакуумом (эфиром), который является неоднородным и поляризованным.

## **5. Физика и математика**

Выражения, характеризующие процесс предельного перехода, которым определяется производная в математике (дифференцирование), вводятся как единое целое, например, соотношение  $dp/dt$  – производная импульса по времени, а в применении к физике  $dp$  и  $dt$  рассматривается как бесконечно

малое приращение. Используя приложения математики в физике, следует учитывать то обстоятельство, что физические величины получены в результате конкретных измерений. Предельный переход типа  $\Delta t \rightarrow 0$  в физике понимается как максимально возможно приближенная физическая величина, зависящая от класса точности прибора и методов измерения. Следовательно, в физике производная есть отношение конечных, но достаточно малых приращений функции и аргумента. Это не единственная причина, есть и другие, обусловленные самой природой физической величины. Например, в квантовой механике об этом свидетельствуют соотношения неопределенностей Гейзенберга. Изложенное выше относится к производным любых физических величин, например, таких, как плотность

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

где стремление к нулю ( $\Delta V \rightarrow 0$ ) надо понимать в физическом смысле, так как объем может быть ограничен размером атома или другой элементарной частицы из-за квантового характера рассматриваемых конкретных физических объектов. Также обстоит дело и с интегрированием, которое в физике рассматривается как сумма большого числа бесконечно малых слагаемых.

В связи с тем, что многие физические величины являются векторными (скорость, ускорение, сила, импульс и т. д.), в физике широко используются понятие вектора и операции векторной алгебры.

## **6. Классическая, релятивистская, квантовая механики, физический вакуум**

Классическая механика является предельным случаем релятивистской механики. Движения тел, скорости которых сравнимы со скоростью света в вакууме, называют релятивистскими. Например, движения планет, спутников, космических кораблей относятся к медленным движениям и полностью описываются классической механикой.

На основании теории относительности была создана релятивистская механика, применимая не только к медленным, но и сколь угодно быстрым движениям, сравнимым со скоростью света в вакууме. Успешная работа ускорителей по разгону элементарных частиц подтвердила справедливость выводов релятивистской механики. Например, если гравитационное поле является сверхсильным, то классическая теория тяготения Ньютона к нему не применима. В этом случае используется теория тяготения Эйнштейна. Так, при сжатии тела в точку сила тяготения по теории Ньютона стремится к бесконечности. По теории Эйнштейна сила тяготения также стремится к бесконечности, когда размеры тела при сжатии его становятся равными гравитационному радиусу. Теория тяготения Эйнштейна связала свойства пространства и времени с силами гравитации.

В сильном поле тяготения время течет медленнее, а геометрические свойства пространства изменяются. Геометрия Евклида оказывается неприменимой и начинает работать геометрия Лобачевского – Римана – Клиффорда. Пространство не только искривлено, но и скручено.

При изучении микромира: атомов, молекул, электронов и других элементарных частиц, свойства которых носят особый квантовый характер, используется квантовая механика.

В 90 годах XX столетия было открыто пятое фундаментальное взаимодействие – информационное. Его проявлением оказались спиновые поля, выступающие в качестве носителя информации. После открытия пятого взаимодействия удалось создать Единую Теорию Поля (ЕТП), которая переросла в теорию физического вакуума. Спиновая парадигма и концепция физического вакуума позволили показать, что все парапсихологические феномены основаны на законах микромира и фундаментальных взаимодействиях. Появилась возможность взаимосвязь между сознанием и мышлением, основанных на материальном носителе в виде спиновых полей.



## **7. Относительность механического движения**

Раньше других разделов физики развивалась механика, изучающая простейшую форму движения материи – механическое движение.

Механическим движением называют изменение с течением времени положения тел относительно друг друга (или частей одного тела) в пространстве. Механика состоит из разделов: кинематики, динамики и статики.

Принципы механики, собранные в единую научную систему, были изложены И. Ньютоном в 1687г., основаны на принципе относительности Галилея и трехмерном Евклидовом пространстве. Правда, Ньютон имел много великих предшественников: Архимеда, Кеплера, Галилея, Гюйгенса, Гука и других, решивших немало частных вопросов механики. Механика Ньютона зиждется на прочном фундаменте экспериментальных фактов. Классическая физика изучает медленные движения макроскопических тел.

Макроскопическими называют тела, состоящие из большого количества молекул или атомов.

Под медленными движениями понимают движения тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света в вакууме.

Скорости современных космических кораблей считаются относительно медленными ( $v = 7,9-16$  км/с). Законы классической механики являются теоретической основой многих технических наук: сопротивления материалов, технической механики, гидравлики, аэро-,гидродинамики и т. д., а также небесной механики.

Цель механики – изучение законов перемещения исследуемых тел в пространстве и времени.

## **8. Границы применимости классической физики**

Область применения классической физики ограничена релятивистской и квантовой механикой.

Механика Ньютона – механика малых скоростей макроскопических тел. Согласно выводам квантовой механики, состояние любой квантово-

механической системы (электрона, атома, молекулы и т. д.) нельзя одновременно характеризовать точными значениями ее координат и импульса (принцип неопределенности). В классической механике состояние движения частицы в любой момент времени характеризуется координатами (радиус–вектором) и скоростью (импульсом). Согласно квантовой механике, такой способ описания движения частицы имеет границы применимости. Несмотря на ограниченную область применения механика Ньютона имеет широкую и практически важную область применения. В пределах этой области она никогда не утратит своего научного и практического значения. Например, движение космических кораблей рассчитывается по законам классической механики, а при решении задач, связанных с движением заряженных частиц в ускорителях, используют релятивистскую механику и, наконец, при движении электрона в атоме, используют вероятностные законы квантовой механики. При определении границ применимости используют принципы дополнительности и соответствия. Там, где квантовая механика имеет дело с макромиром (тела больших размеров и медленные их движения), ее предсказания должны совпадать с выводами классической физики.

Принцип всеобщей относительности и теория физического вакуума объединили проблему поля сил инерции в классической механике; проблему расходимостей в электродинамике и проблему незавершенности квантовой механики. Эти проблемы имеют единый источник – отсутствие полных знаний в физике о фундаментальном физическом поле – поле инерции, которое выступает в роли Единого Поля, внутренним образом, объединяющим все остальные физические поля.

## **9. Система СИ**

В России, согласно Государственному стандарту (Гост 8.417-81), применяется Система Интернациональная (СИ). Она содержит семь основных единиц измерения физических величин: метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль, кандела и две дополнительные: радиан и стерадиан.

Метр (м) – длина пути, проходимого светом в вакууме за  $1/299792458$  с.

Килограмм (кг) – масса тел, равная массе международного прототипа килограмма (платиноиридиевый цилиндр, хранящийся в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа).

Секунда (с) – время, равное  $2\,192\,631\,770$  периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия  $-133$

Ампер (А) – сила, не изменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным, прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, создает между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый метр длины.

Кельвин (К) –  $1/273,16$  часть термодинамической температуры тройной точки воды.

Моль (моль) – количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в нуклиде углерода  $^{12}_6\text{C}$  массой 0,012 кг.

Кандела (кд) – сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой  $540 \cdot 10^{12}$  энергетическая сила света которого в этом направлении составляет  $1/683$  Вт/ср.

Радииан (рад) – угол между двумя радиусами окружности, длина дуги, между которыми равна радиусу.

Стерадииан (ср) – телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающей на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

## **10. Задача механики**

Механика (от греч. – машина, конструкция) - наука, изучающая перемещения тел или их частей относительно друг друга. Задача механики - экспериментальное исследование различных движений, обобщение

полученных данных в виде законов, на основании которых можно предсказать характер движения в каждом конкретном случае.

Движение всех материальных тел происходит в пространстве и во времени. Кроме того, все тела имеют свои собственные размеры и структуру и занимают определенное место в пространстве. С течением времени и размеры, и структура, и взаимное расположение тел могут изменяться. Ясно, что для экспериментального изучения движений надо уметь определять размеры тел, пространственные координаты и время.

Для обобщения полученных данных в виде тех или иных закономерностей необходимо иметь представление как о свойствах пространства и времени, так и о характеристиках самих тел. Принципиально важным при этом является умение строить определенную физическую модель явления. Поэтому прежде чем перейти к рассмотрению основных законов механики и методов решения конкретных задач кинематики и динамики, мы кратко познакомимся, во-первых, с модельным характером основных представлений механики, во-вторых, – с современными представлениями о важнейших свойствах пространства и времени и, в-третьих, – с процедурой измерения основных механических величин (длины, времени, массы).

## МЕХАНИКА И ЕЕ СТРУКТУРА.

МЕХАНИКА – раздел физики, который изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ – изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

Движение материальной точки полностью определяется изменением её координат во времени (например, для плоскости – изменением абсциссы и ординаты). Изучением этого занимается кинематика точки. В частности, важными характеристиками движения являются траектория материальной точки, перемещение, скорость и ускорение.

Прямолинейное движение точки (когда она всегда находится на прямой, скорость параллельна этой прямой)

Криволинейное движение – движение точки по траектории, не представляющей собою прямую, с произвольным ускорением и произвольной скоростью в любой момент времени (например, движение по окружности).

Движение твёрдого тела складывается из движения какой-либо его точки (например, центра масс) и вращательного движения вокруг этой точки. Изучается кинематикой твёрдого тела.

Если вращение отсутствует, то движение называется поступательным и полностью определяется движением выбранной точки. Движение при этом не обязательно является прямолинейным.

Для описания вращательного движения – движения тела относительно выбранной точки, например закреплённого в точке, – используют Углы Эйлера. Их количество в случае трёхмерного пространства равно трём.

Также для твёрдого тела выделяют плоское движение – движение, при котором траектории всех точек лежат в параллельных плоскостях, при этом

оно полностью определяется одним из сечений тела, а сечение тела - положением любых двух точек.

Движение сплошной среды. Здесь предполагается, что движение отдельных частиц среды довольно независимо друг от друга (обычно ограничено лишь условиями непрерывности полей скорости), поэтому число определяющих координат бесконечно (неизвестными становятся функции).

**КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА** (механика Галилея –Ньютона) изучает законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью распространения света в вакууме.

**РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА** – изучает законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью  $c$ , основана на специальной теории относительности.

Для описания движения микроскопических тел (отдельные атомы и элементарные частицы) законы классической механики неприменимы — они заменяются законами **КВАНТОВОЙ** механики.

Механика делится на три раздела: кинематику, динамику, статику.

**КИНЕМАТИКА** изучает движение тел, не рассматривая причин, которые это движение обуславливают.

**ДИНАМИКА** изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

**СТАТИКА** изучает законы равновесия системы тел. Законы статики отдельно от законов динамики физика не рассматривает.

### **ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ**

В механике для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач используют физические модели (материальная точка и абсолютно твердое тело).

**МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА** — тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

**АБСОЛЮТНО ТВЕРДОЕ ТЕЛО** — тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться, и при всех условиях расстояние между двумя точками (или точнее между двумя частицами) этого тела остается постоянным.

**ВИДЫ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ:**

1. **ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ** — движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

2. **ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ** — движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

**МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА** — совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое.

**ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ** — силы взаимодействия между материальными точками механической системы.

**ВНЕШНИЕ СИЛЫ** — силы, с которыми на материальные точки механической системы действуют внешние тела.

**ЗАМКНУТАЯ СИСТЕМА** — механическая система тел, на которую не действуют внешние силы.

Положение материальной точки определяется по отношению к некоторому, произвольно выбранному телу, называемому **ТЕЛОМ ОТСЧЕТА**.

**СИСТЕМА ОТСЧЕТА** — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета.

В декартовой системе координат положение точки  $A$  в данный момент времени по отношению к этой системе характеризуется тремя координатами  $x$ ,  $y$  и  $z$  или радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ , проведенным из начала системы координат в данную точку (рис. 1.1). При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются. В общем случае ее движение определяется скалярными уравнениями

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t), \end{cases} \quad (1)$$

эквивалентными векторному уравнению  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  (2)

Уравнения (1) и соответственно (2) называют кинематическими уравнениями движения материальной точки.

**ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ** — число независимых координат, полностью определяющих положение точки в пространстве.

Если материальная точка свободно движется в пространстве, то она обладает тремя степенями свободы (координаты  $x$ ,  $y$  и  $z$ ); если она движется по некоторой поверхности, то двумя степенями свободы, если вдоль некоторой линии, то одной степенью свободы.

### ПАРАМЕТРЫ КИНЕМАТИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.

**ТРАЕКТОРИЯ** движения материальной точки — линия, описываемая этой точкой в пространстве. В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

Траектории движений одного и того же тела в разных системах отсчета могут быть различными.

Пусть материальная точка движется вдоль произвольной траектории (рис.1.2) и отсчет времени начинается с момента, когда точка находилась в положении А.

**ДЛИНА ПУТИ** — длина участка траектории АВ, пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени.

Длина пути является скалярной функцией времени.  $\Delta s = \Delta s(t)$

**ВЕКТОР ПЕРЕМЕЩЕНИЯ** — вектор, проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент времени (приращение радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени).  $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ .



При прямолинейном движении вектор перемещения совпадает с соответствующим участком траектории и модуль перемещения  $|\Delta \vec{r}|$  равен пройденному пути  $\Delta s$ :  $|\Delta \vec{r}| = \Delta s$

**СКОРОСТЬ** — векторная величина, которая определяет как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени.

**СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ** движущейся точки за промежуток времени  $\Delta t$  — векторная величина, равная отношению перемещения к промежутку времени, в течение которого это перемещение произошло.

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением  $\Delta \vec{r}$  (рис. 1.3).

Модуль средней скорости  $\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

**МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ** — векторная величина, определяемая производной радиуса-вектора  $\vec{r}$  движущейся точки по времени; направлена по касательной к траектории в сторону движения (рис.1.3).

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

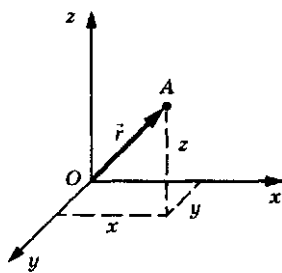


рис.1.1

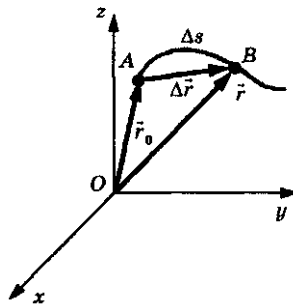


рис.1.2

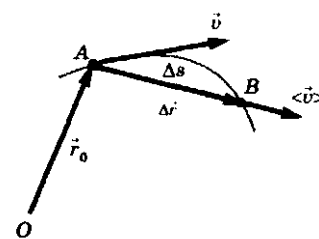


рис.1.3

Модуль мгновенной скорости  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$

Проекции скорости точки на оси координат:  $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$

Движение называется **равномерным**, если тело за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения. Для равномерного

движения  $v = \frac{S}{t} = const$  и  $S = v \cdot t$

Следовательно, при равномерном движении путь от времени зависит прямо пропорционально (рис.1.4)

В начальный момент времени пройденный путь всегда равен нулю и с течением времени он может только увеличиваться (рис.1.4). Координата же в начальный момент времени может быть и не равна нулю (рис.1.5) и с течением времени может как увеличиваться, так и уменьшаться (заходя даже в область отрицательных значений).

Тангенс угла наклона графика зависимости пути от времени (или координаты от времени) к положительному направлению оси времени численно равен скорости.  $tg\alpha = v$

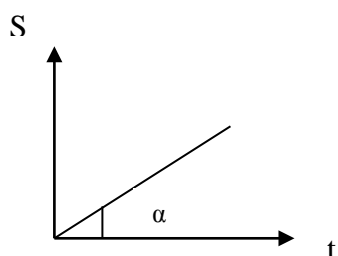


рис.1.4

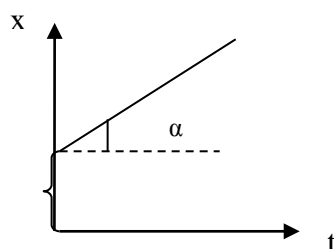


рис.1.5

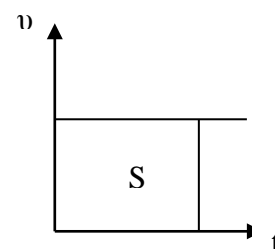


рис.1.6

Скорость при равномерном движении постоянна, а площадь под графиком зависимости скорости от времени численно равна пройденному пути (рис.1.6).

Длина пути, пройденного точкой за промежуток времени от  $t_1$  до  $t_2$  задается

интегралом  $S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$

Единица скорости — метр в секунду (1 м/с) — скорость прямолинейно и равномерно движущейся точки, при которой эта точка за время 1 с перемещается на расстояние 1 м **УСКОРЕНИЕ** — характеристика

неравномерного движения; определяет быстроту изменения скорости по модулю и направлению.

**СРЕДНЕЕ УСКОРЕНИЕ НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ** за промежуток времени  $\Delta t$  — векторная величина, равная отношению изменения скорости  $\Delta \vec{v}$  к промежутку времени, за которое это изменение произошло

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

**МГНОВЕННОЕ УСКОРЕНИЕ (ускорение)** — векторная величина, определяемая первой производной скорости по времени

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

**ТАНГЕНЦИАЛЬНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ УСКОРЕНИЯ** характеризует быстроту изменения скорости по модулю (направлена по касательной к траектории) (рис.1.7)

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}$$

**НОРМАЛЬНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ УСКОРЕНИЯ** характеризует быстроту изменения скорости по направлению (направлена к центру кривизны траектории) (рис.1.7)

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

$r$  — радиус кривизны траектории в данной точке.

**ПОЛНОЕ УСКОРЕНИЕ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ** — геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_n, \quad a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$$

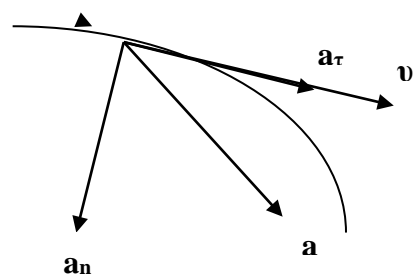


рис.1.7

**Равнопеременным** называется движение, при котором скорость тела за любые равные промежутки времени меняется одинаково:  $a = \frac{v}{t} = const$ .

**КИНЕМАТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОПЕРЕМЕННОГО ДВИЖЕНИЯ**  
( $a = const$ )

$$v = v_0 \pm at$$

$$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

На участках траектории, где движение равноускоренное,  $a > 0$ ; где движение равнозамедленное,  $a < 0$ . Длина всего пути равна сумме длин всех участков траектории, пройденных телом за рассматриваемый промежуток времени.

$$x = \pm x_0 \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

Это значит, что путь от времени при равнопеременном движении зависит квадратично (рис.1.9)

Тангенс угла наклона графика зависимости скорости от времени к положительному направлению оси времени численно равен ускорению (рис.1.8):  $tg\alpha = a$

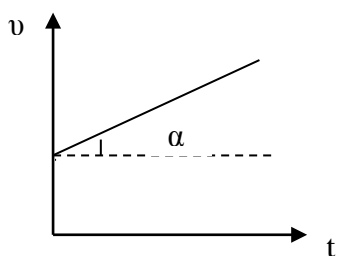


рис.1.8

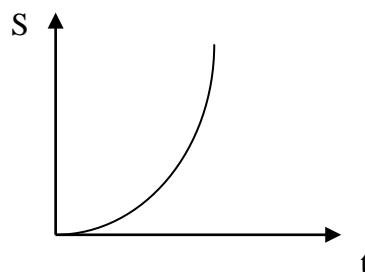


рис.1.9

В зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения движение можно классифицировать следующим образом:

$a_\tau$	$a_n$	движение
$a_\tau = 0$	$a_n = 0$	прямолинейное равномерное
$a_\tau = a = \text{const}$	$a_n = 0$	прямолинейное равнопеременное
$a_\tau = 0$	$a_n = \text{const}$	равномерное по окружности
$a_\tau = f(t)$	$a_n = 0$	прямолинейное с переменным ускорением
$a_\tau = 0$	$a_n \neq 0$	равномерное криволинейное
$a_\tau = \text{const}$	$a_n \neq 0$	криволинейное равнопеременное
$a_\tau = f(t)$	$a_n \neq 0$	криволинейное с переменным ускорением

Единица ускорения — метр на секунду в квадрате ( $1 \text{ м/с}^2$ ) — ускорение такого равнопеременного движения, при котором за 1 с скорость тела изменяется на 1 м/с.

### **СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛ**

**Свободное падение тел** – это падение тел на Землю в вакууме при отсутствии помех. Движение тела под действием силы тяжести при отсутствии сопротивления воздуха можно считать свободным падением.

В 1583 году итальянский учёный Галилео Галилей (1564-1642) установил, что при отсутствии сопротивления воздуха все тела, независимо от их массы, падают на землю с одинаковым ускорением  $\mathbf{g}$ , которое направлено вертикально вниз. Это ускорение называется ускорение свободного падения. При свободном падении тела с небольшой высоты  $h$  от поверхности Земли (причём  $h$  намного меньше радиуса Земли  $R_3$ , где радиус Земли  $R_3 \sim 6000 \text{ км}$ ) сила притяжения остаётся практически постоянной, поэтому ускорение свободного падения также остаётся постоянным.

Свободное падение можно рассматривать как частный случай равноускоренного движения. Ускорение свободного падения зависит от высоты над уровнем моря и от географической широты места. Оно

изменяется примерно от  $9,83 \text{ м/с}^2$  на полюсе и до  $9,78 \text{ м/с}^2$  на экваторе. На широте Москвы ускорение свободного падения принимается равным  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Поэтому в большинстве случаев при решении задач по физике ускорение свободного падения принимается равным  $9,8 \text{ м/с}^2$ .

Зависимость ускорения свободного падения от высоты над уровнем моря можно получить, применяя второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения. Модуль ускорения свободного падения равен:

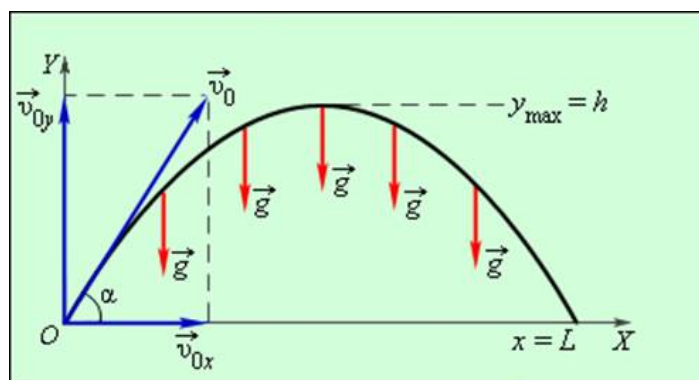
$$g = G \frac{M}{(R + h)^2}$$

где  $G$  – гравитационная постоянная (или постоянная всемирного тяготения),  $G = (6,673 \pm 0,003) \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ ,  $M$  – масса Земли,  $M = 5,9736 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ ,  $R$  – радиус Земли, средний радиус Земли  $R_{\text{З,СР}} = 6371 \text{ км}$ ,  $h$  – высота тела над уровнем моря (над поверхностью Земли).

Из этого уравнения видно, что при подъёме тела ускорение свободного падения уменьшается. Это становится заметным при подъёме на высоту более  $300 \text{ км}$ .

В некоторых районах земного шара ускорение свободного падения может отличаться от значения ускорения на данной широте. Такие отклонения наблюдаются в местах, где имеются залежи полезных ископаемых.

Движение тел по вертикали (вверх или вниз) вблизи поверхности Земли без учёта сопротивления воздуха является прямолинейным равноускоренным движением. При описании такого движения выбирают координатную ось  $OY$ , направленную вверх или вниз. Независимо от направления оси  $OY$  вектор ускорения свободного падения направлен вертикально вниз.



Формулы для вычисления координат (или высот) и скоростей примут следующий вид.

**Скорость тела в любой момент времени**

$$v_y = v_{0y} \pm g_y t$$

**Перемещение тела**

$$S_y = v_{0y} t \pm \frac{g_y t^2}{2}$$

**Координаты тела (высота тела)**

$$y = h = h_0 \pm v_{0y} t \pm \frac{g_y t^2}{2}$$

**Скорость тела в любой точке пути**

$$v_y^2 = v_{0y}^2 \pm 2g_y(h - h_0)$$

Если ось ОУ направлена вниз, то проекция ускорения свободного падения  $g_y$  на эту ось положительна. Если ось ОУ направлена вверх, то проекция  $g_y$  отрицательна. Например, мяч, подброшенный вертикально вверх, до верхней точки подъёма движется равнозамедленно, а его движение вниз будет равноускоренным.

Проекции начальной  $v_{0y}$  и конечной  $v_y$  скоростей положительны, если направление скоростей совпадает с направлением оси ОУ, и отрицательны, если направления оси ОУ и скоростей противоположны.

## **ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА**

**ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ** - движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

**УГОЛ ПОВОРОТА**  $d\vec{\varphi}$  рассматривают как вектор, модуль которого равен углу поворота, а направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности, т.е. подчиняется правилу правого винта.

**УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ** - векторная величина, характеризующая быстроту вращения тела, определяется первой производной угла поворота тела по времени.

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Вектор  $\vec{\omega}$  направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т. е. так же, как и вектор  $\vec{\varphi}$  (рис. 2.1).

Единица угловой скорости — радиан в секунду (1 рад/с) — равен угловой скорости равномерно вращающегося тела, все точки которого за 1 с поворачиваются относительно оси на угол 1 рад.

**ПСЕВДОВЕКТОР**, или **АКСИАЛЬНЫЙ ВЕКТОР** — вектор, направление которого связывают с направлением вращения. Этот вектор не имеет определенной точки приложения: он может откладываться из любой точки оси вращения.

**УГЛОВОЕ УСКОРЕНИЕ** — вектор, определяемый первой производной угловой скорости по времени или второй производной угла поворота точки по времени.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$$

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор  $\vec{\varepsilon}$  сонаправлен вектору  $\vec{\omega}$  (рис. 2.2), при замедленном — противоположен ему (рис. 2.3).

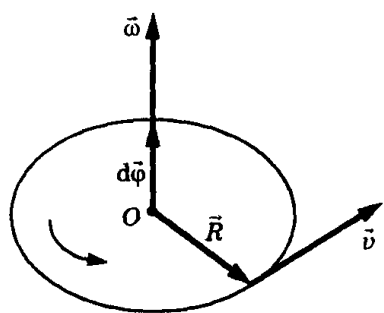


рис.2.1

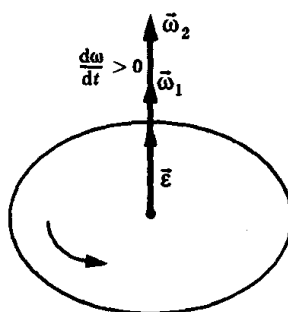


рис.2.2

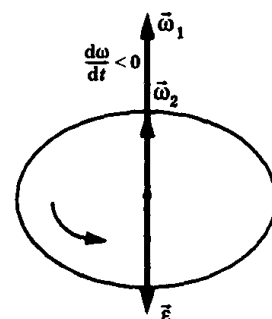


рис.2.3

Вращение с постоянным ускорением называется **равнопеременным** (за равные промежутки времени угловая скорость меняется одинаково).

**КИНЕМАТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОПЕРЕМЕННОГО ВРАЩЕНИЯ**  
( $\varepsilon = \text{const}$ )



$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Единица углового ускорения— радиан на секунду в квадрате (1 рад/с<sup>2</sup>) — равен угловому ускорению равноускоренно вращающегося тела, при котором оно за 1 с изменяет угловую скорость на 1 рад/с.

**ПЕРИОД ВРАЩЕНИЯ**— время, за которое точка совершает один полный оборот, т. е. поворачивается на угол  $2\pi$ . Так как промежутку времени  $\Delta t = T$  соответствует  $\Delta\varphi = 2\pi$ , то  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , откуда  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

**ЧАСТОТА ВРАЩЕНИЯ** — число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности, в единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad \text{откуда } \omega = 2\pi\nu.$$

**Формулы, выражающие связь между линейными и угловыми величинами:**

Длина пути, пройденного точкой по окружности радиуса R:  $S = R\varphi$

Линейная скорость точки  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega$

Тангенциальная составляющая ускорения  $a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon$

Нормальная составляющая ускорения  $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{R^2\omega^2}{R} = R\omega^2$

R— расстояние от оси вращения.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Материальная точка. Механическое движение. Прямолинейное и криволинейное движение. Тело отсчёта. Система координат. Система отсчёта. Радиус-вектор. Траектория. Перемещение. Путь.
2. Прямолинейное равномерное движение. Уравнения движения в векторном и скалярном виде. Графики зависимости проекции скорости, пути и координаты от времени для прямолинейного равномерного движения.
3. Неравномерное движение. Средняя скорость. Мгновенная скорость. Среднее ускорение. Мгновенное ускорение.
4. Прямолинейное равнопеременное движение. Уравнения движения в векторном и скалярном виде. Графики зависимости проекции скорости, проекции ускорения, пути и координаты от времени для прямолинейного равнопеременного движения.
5. Кинематика криволинейного движения. Тангенциальная и нормальная составляющие ускорения. Полное ускорение.
6. Свободное падение тел. Основные уравнения кинематики поступательного движения применительно к свободному падению.
6. Вращательное движение, его характеристики: угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение. Уравнения движения в векторном и скалярном виде.
7. Кинематика равномерного движения материальной точки по окружности. Период. Частота. Угловая скорость.
8. Угловое ускорение. Основные уравнения равнопеременного вращательного движения. Связь между угловыми и линейными величинами.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### ЗАДАЧА 1.

Движение тела массой 1 кг задано уравнением  $S=6t^3+3t+2$ . Найти зависимость скорости и ускорения от времени. Вычислить силу, действующую на тело в конце второй секунды.

**Решение.** Мгновенную скорость находим как производную от пути по времени:

$$v = \frac{ds}{dt}; \quad v = 18t^2 + 3.$$

Мгновенное ускорение определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}; \quad a = 36t.$$

Сила, действующая на тело, определяется по второму закону Ньютона:  $F=ma$ , где  $a$  согласно условию задачи - ускорение в конце второй секунды.

Тогда  $F = m \cdot 36t$ ;  $F = 1 \text{ кг} \cdot 36 \cdot 2 \text{ м/с}^2 = 72 \text{ Н}$ .

**Ответ:**  $v=18t^2+3$ ;  $a=36t$ ;  $F=72 \text{ Н}$ .

## ЗАДАЧА 2.

Тело брошено вверх с высоты 12 м под углом  $30^\circ$  к горизонту с начальной скоростью 12 м/с. Определить продолжительность полета тела до точек А и В (рис.2), максимальную высоту, на которую поднимается тело, и дальность полета тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

**Дано:**  $H=12\text{м}$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $v_0 = 12\text{м/с}$ .

**Найти:**  $t_A$ ,  $t_B$ ,  $y_{\max}$ ,  $x_{\max}$ .

**Решение:** В обозначенной на рис.2 системе координат проекции начальной скорости будут:  $v_{0x} = v_0 \cos \varphi$ , (1)

$$v_{0y} = v_0 \sin \varphi. \quad (2)$$

Координаты тела с течением времени изменяются в соответствии с уравнением для равнопеременного движения:  $y = H + v_0 t \sin \varphi - gt^2/2$ , (3)

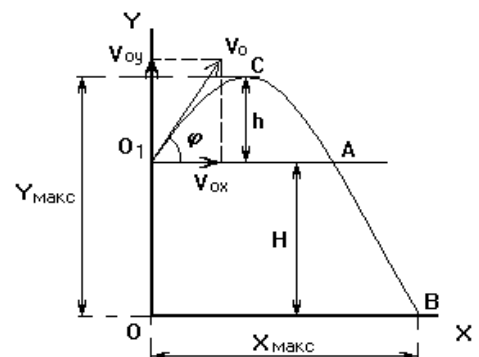
$$x = v_0 t \cos \varphi. \quad (4)$$

Время подъема тела найдем из условия, что в наивысшей точке подъема тела его скорость

$$v_y = v_0 \sin \varphi - gt = 0 \quad (2')$$

Тогда  $t_{\text{под}} = v_0 \sin \varphi / g$  (5)

Время спуска тела от точки С до точки А равно времени подъема, поэтому В



продолжительность полета тела от точки  $O_1$  до точки А равна

$$t_A = 2 t_{\text{под}} = 2v_0 \sin \varphi / g. \quad (6)$$

Максимальную высоту подъема найдем из уравнения (3), подставив в него время подъема из уравнения (5):  $y_{\text{max}} = H + v_0^2 \sin^2 \varphi / 2g$ . (7)

Время полета тела до точки В найдем из уравнения (3), приравняв координату  $y$  нулю ( $y=0$ ):  $t_B = v_0 \sin \varphi / g + \sqrt{(v_0 \sin \varphi / g)^2 + 2H/g}$  (8)

Дальность полета найдем из уравнения (4), подставив в него время движения из уравнения (8):  $x_{\text{max}} = v_0 t_B \cos \varphi$  (9)

Тогда [см. (6) - (9)]

$$t_A = \frac{2 \cdot 12 \text{ м/с} \cdot 0,5}{9,81 \text{ м/с}^2} = 1,22 \text{ с}; \quad t_B = \frac{12 \text{ м/с} \cdot 0,5}{9,81 \text{ м/с}^2} + \sqrt{\frac{(12 \text{ м/с} \cdot 0,5)^2}{9,81 \text{ м/с}^2} + \frac{2 \cdot 12 \text{ м}}{9,81 \text{ м/с}^2}} = 2,29 \text{ с};$$

$$y_{\text{max}} = 12 \text{ м} + \frac{12^2 (\text{м/с})^2 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 9,81 \text{ м/с}^2} = 13,84 \text{ м};$$

$$x_{\text{max}} = 12 \text{ м/с} \cdot 2,29 \text{ с} \cdot 0,867 = 23,8 \text{ м}.$$

**Ответ:**  $t_A = 1,22 \text{ с}$ ;  $t_B = 2,29 \text{ с}$ ;  $y_{\text{max}} = 13,84 \text{ м}$ ;  $x_{\text{max}} = 23,8 \text{ м}$ .

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**1.1** Первую половину времени своего движения автомобиль двигался со скоростью  $v_1 = 80 \text{ км/ч}$ , а вторую половину времени - со скоростью  $v_2 = 40 \text{ км/ч}$ .

Какова средняя скорость  $v$  движения автомобиля?

**1.2** Первую половину своего пути автомобиль двигался со скоростью  $v_1 = 80 \text{ км/ч}$ , а вторую половину пути - со скоростью  $v_2 = 40 \text{ км/ч}$ . Какова средняя скорость  $v$  движения автомобиля?

**1.3** Пароход идет по реке от пункта А до пункта В со скоростью  $v_1 = 10 \text{ км/ч}$ , а обратно - со скоростью  $v_2 = 16 \text{ км/ч}$ . Найти среднюю скорость  $v$  парохода и скорость и течения реки.

**1.4** Найти скорость  $v$  относительно берега реки: а) лодки, идущей по течению; б) лодки, идущей против течения; в) лодки, идущей под углом

$\alpha=90^\circ$  к течению. Скорость течения реки  $u=1$  м/с, скорость лодки относительно воды  $v_0=2$  м/с.

**1.5** Самолет летит относительно воздуха со скоростью  $v_0=800$  км/ч. Ветер дует с запада на восток со скоростью  $v=15$  м/с. С какой скоростью  $v$  самолет будет двигаться относительно земли и под каким углом  $\alpha$  к меридиану надо держать курс, чтобы перемещение было: а) на юг; б) на север; в) на запад; г) на восток?

**1.6** Самолет летит от пункта А до пункта В, расположенного на расстоянии  $\ell=300$  км к востоку. Найти продолжительность  $t$  полета, если: а) ветра нет; б) ветер дует с юга на север; в) ветер дует с запада на восток. Скорость ветра  $u=20$  м/с, скорость самолета относительно воздуха  $v_0=600$  км/ч?

**1.7** Лодка движется перпендикулярно к берегу со скоростью  $v=7,2$  км/ч. Течение относит ее на расстояние  $l=150$  м вниз по реке. Найти скорость  $u$  течения реки и время  $t$ , затраченное на переправу через реку. Ширина реки  $L=0,5$  км.

**1.8** Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через время  $t=3$  с. Какова была начальная скорость  $v_0$  тела и на какую высоту  $h$  оно поднялось?

**1.9** Камень бросили вертикально вверх на высоту  $h_0=10$  м. Через какое время  $t$  он упадет на землю? На какую высоту  $h$  поднимется камень, если начальную скорость камня увеличить вдвое?

**1.10** С аэростата, находящегося на высоте  $h=300$  м, упал камень. Через какое время  $t$  камень достигнет земли, если: а) аэростат поднимается со скоростью  $v=5$  м/с; б) аэростат опускается со скоростью  $v=5$  м/с; в) аэростат неподвижен?

**1.11** Тело падает с высоты  $h=19,6$  м с начальной скоростью  $v_0=0$ . Какой путь пройдет тело за первую и последнюю  $0,1$  с своего движения?

**1.12** Тело падает с высоты  $h=19,6$  м с начальной скоростью  $v_0=0$ . За какое время тело пройдет первый и последний  $1$  м своего пути?

**1.13** Свободно падающее тело в последнюю секунду движения проходит половину всего пути. С какой высоты  $h$  падает тело и каково время  $t$  его падения?

**1.14** Расстояние между двумя станциями метрополитена  $\ell=1,5$  км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую - равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда  $v=50$  км/ч. Найти ускорение  $a$  и время  $t$  движения поезда между станциями.

**1.15** Поезд движется со скоростью  $v_0=36$  км/ч. Если выключить ток, то поезд, двигаясь равнозамедленно, остановится через время  $t=20$  с. Каково ускорение  $a$  поезда? На каком расстоянии  $S$  до остановки надо выключить ток?

**1.16** Поезд, двигаясь равнозамедленно, в течение времени  $t=1$  мин уменьшает свою скорость от  $v_1=40$  км/ч до  $v_2=28$  км/ч. Найти ускорение  $a$  поезда и расстояние  $S$ , пройденное им за время торможения.

**1.17** Поезд движется равнозамедленно, имея начальную скорость  $v_0=54$  км/ч и ускорение  $a= -0,5$  м/с<sup>2</sup>. Через какое время  $t$  и на каком расстоянии  $S$  от начала торможения поезд остановится?

**1.18** Тело 1 движется равноускоренно, имея начальную скорость  $v_{10}$  и ускорение  $a_1$ . Одновременно с телом 1 начинает двигаться равнозамедленно тело 2, имея начальную скорость  $v_{20}$  и ускорение  $a_2$ . Через какое время  $t$  после начала движения оба тела будут иметь одинаковую скорость?

**1.19** Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $S=At-Bt^2 +Ct^3$ , где  $A=2$  м/с,  $B=3$  м/с<sup>2</sup> и  $C=4$  м/с<sup>3</sup>. Найти: а) зависимость скорости  $v$  и ускорения  $a$  от времени  $t$ ; б) расстояние  $S$ , пройденное телом, скорость  $v$  и ускорение  $a$  тела через время  $t=2$  с после начала движения. Построить график зависимости пути  $S$ , скорости  $v$  и ускорения  $a$  от времени  $t$  для интервала  $0 \leq t \leq 3$  с через 0,5 с.

**1.20** Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $S=A + Bt + Ct^2$ , где  $A=3$  м,  $B=2$  м/с и  $C=1$  м/с<sup>2</sup>. Найти среднюю скорость  $v$  и среднее ускорение  $a$  тела за первую, вторую и третью секунды его движения.

**1.21** Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости  $\omega = 20 \text{ рад/с}$  через  $N = 10$  об после начала вращения. Найти угловое ускорение  $\varepsilon$  колеса.

**1.22** Найти радиус  $R$  вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость  $v_1$  точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости  $v_2$  точки, лежащей на расстоянии  $r = 5 \text{ см}$  ближе к оси колеса.

**1.23** Колесо, вращаясь равнозамедленно, за время  $t = 1 \text{ мин}$  уменьшило свою частоту с  $n_1 = 300 \text{ об/мин}$  до  $n_2 = 180 \text{ об/мин}$ . Найти угловое ускорение  $\varepsilon$  колеса и число оборотов  $N$  колеса за это время.

**1.24** Точка движется по окружности радиусом  $R = 20 \text{ см}$  с постоянным тангенциальным ускорением  $a_t = 5 \text{ см/с}^2$ . Через какое время  $t$  после начала движения нормальное ускорение  $a_n$  точки будет: а) равно тангенциальному; б) вдвое больше тангенциального?

**1.25** Точка движется по окружности радиусом  $R = 10 \text{ см}$  с постоянным тангенциальным ускорением  $a_t$ . Найти нормальное ускорение  $a_n$  точки через время  $t = 20 \text{ с}$  после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки  $v = 10 \text{ см/с}$ .

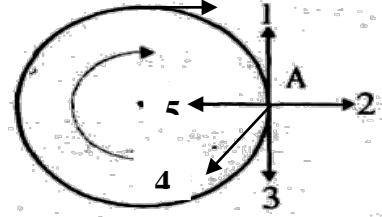
**1.26** Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением  $s = A - Bt + Ct^2$ , где  $B = 2 \text{ м/с}$  и  $C = 1 \text{ м/с}^2$ . Найти линейную скорость  $v$  точки, ее тангенциальное  $a_t$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения через время  $t = 3 \text{ с}$  после начала движения, если известно, что при  $t' = 2 \text{ с}$  нормальное ускорение точки  $a'_n = 0,5 \text{ м/с}^2$ .

**1.27** Колесо радиусом  $R = 0,1 \text{ м}$  вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $B = 2 \text{ рад/с}$  и  $C = 1 \text{ рад/с}$ . Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время  $t = 2 \text{ с}$  после начала движения: а) угловую скорость; б) линейную скорость; в) угловое ускорение; г) тангенциальное и нормальное ускорения.

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

### ТЕСТ № 1

1. Точка А равномерно движется по окружности по часовой стрелке. Указать направление полного ускорения



- 1) 1;    2) 2;    3) 3;    4) 4;    5) 5.

2. Указать формулу, соответствующую определению средней угловой скорости вращения

1)  $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ ;    2)  $\langle \vec{\omega} \rangle = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$ ;    3)  $|\vec{\omega}| = \frac{|\vec{v}|}{r}$ ;    4)  $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t$ .

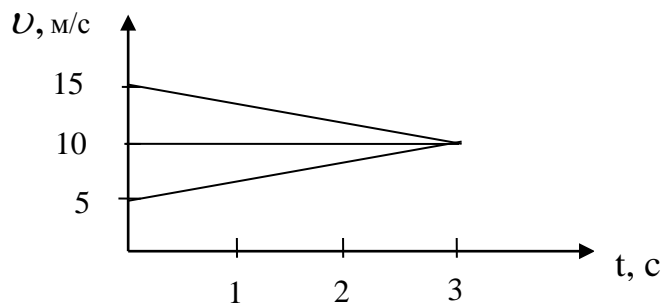
3. Указать формулу связи тангенциального ускорения и углового ускорения вращения

1)  $a = \varepsilon r$ ;    2)  $a = \omega^2 R$ ;    3)  $a = v'$ ;    4)  $a = \frac{v^2}{r}$ .

4. Указать формулу проекции скорости равноускоренного прямолинейного движения

1)  $\varepsilon r$ ;    2)  $v_{0x} + a_x t$ ;    3)  $\omega^2 r$ ;    4)  $\omega_0 + \varepsilon t$ .

5. На рисунке представлены графики скорости трех тел, движущихся прямолинейно. Каким из этих 3-х тел пройден наименьший путь за время равное 3с?



1) I;    2) II;    3) III;    4) Пути трех тел одинаковы.

6. Указать единицу измерения пройденного пути в СИ

- 1) см;    2)  $c^{-1}$ ;    3) км;    4) м.

7. В начале рабочего дня такси вышло на маршрутную линию, а в конце вернулось на стоянку автопарка. За рабочий день показания счетчика



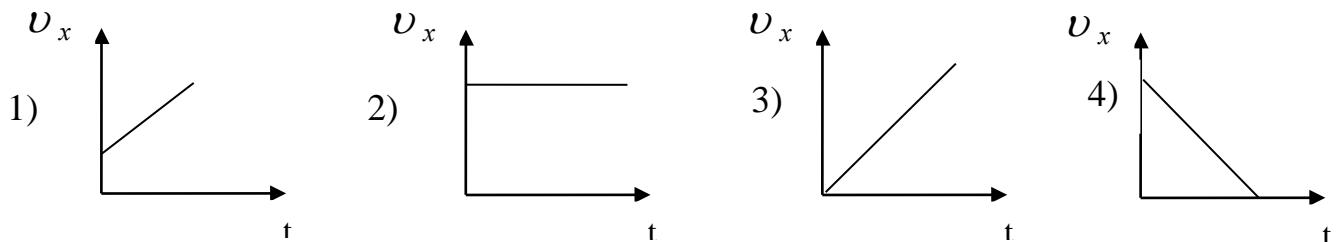
увеличились на 400 км. Чему равны перемещение  $S$  и путь  $\ell$ , пройденный такси?

- 1)  $S = 0, \ell = 400\text{км}$ ; 2)  $S = 400\text{км}, \ell = 400\text{км}$ ; 3)  $S = 0, \ell = 0$ ; 4)  $S = 400, \ell = 0$

8. Указать формулу координаты тела, брошенного вертикально вверх

- 1)  $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$ ; 2)  $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{gt^2}{2}$ ;  
 3)  $y = v_{0y}t + \frac{gt^2}{2}$ ; 4)  $y = v_{0y}t + \frac{gt^2}{2}$ .

9. Указать график проекции скорости при равноускоренном движении с начальной скоростью при  $a_x > 0$



10. Период вращения часовой стрелки равен:

- 1) 1 час; 2) 6 часов; 3) 12 часов; 4) 24 часа.

## ТЕСТ № 2

1. Какая из приведенных формул соответствует определению мгновенной скорости?

- 1)  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ ; 2)  $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ ; 3)  $v = \sqrt{2aS}$ ; 4)  $\vec{v} = \vec{r}'$ .

2. Модуль полного ускорения определяется формулой

- 1)  $a = \frac{v^2}{r}$ ; 2)  $a = v'$ ; 3)  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ ; 4)  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ .

3. Какая из приведенных формул соответствует определению углового ускорения в данный момент времени?

- 1)  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ ; 2)  $\varepsilon = \frac{a_\tau}{r}$ ; 3)  $\langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$ ; 4)  $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{\omega} - \vec{\omega}_0}{\Delta t}$ .

4. Уравнение движения материальной точки  $x = 2 + 3t + t^2$ . Найти ускорение точки.

1)  $1 \frac{M}{c^2}$ ; 2)  $2 \frac{M}{c^2}$ ; 3)  $3 \frac{M}{c^2}$ ; 4)  $\frac{M}{c^2}$ .

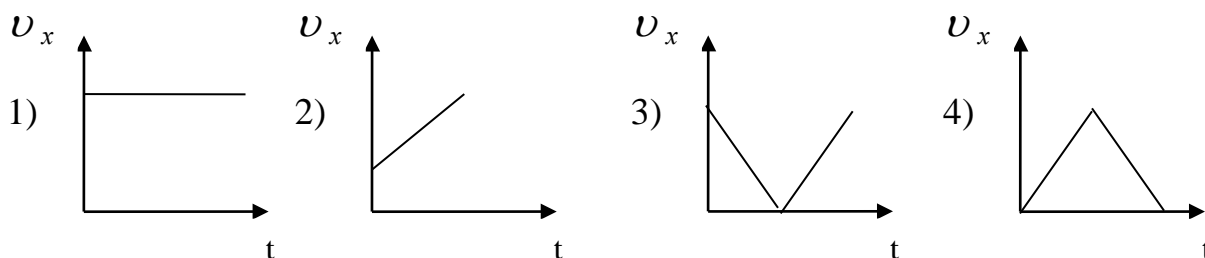
5. Указать формулу связи линейной и угловой скоростей.

1)  $v = \sqrt{a_n \cdot r}$ ; 2)  $v = \omega r$ ; 3)  $\omega = 2\pi v$ ; 4)  $v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ .

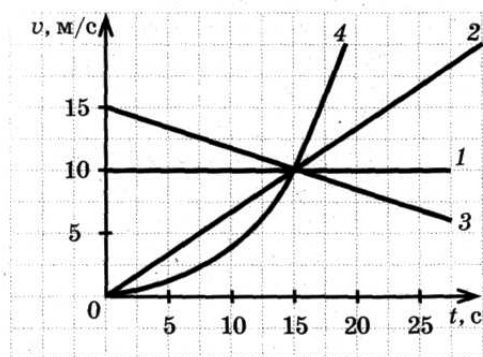
6. Указать единицу измерения периода вращения:

1)  $c^{-1}$ ; 2)  $c^{-2}$ ; 3)  $\frac{M}{c}$ ; 4)  $c$ .

7. Указать график проекции скорости движения тела, брошенного вертикально вверх.



8. Указать график зависимости скорости движения от времени для автомобиля, прошедшего наибольший путь за первые 15 секунд движения.



9. Найти частоту вращения Земли в герцах.

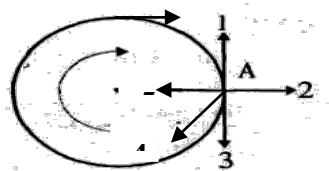
1)  $\frac{1}{24} \text{ ч}^{-1}$ ; 2)  $\frac{1}{24 \cdot 3600} \text{ с}^{-1}$ ; 3) 24 ч; 4)  $24 \cdot 3600 \text{ с}$ .

10. При равномерном движении тела по окружности не остается постоянной:

- 1) линейная скорость; 2) угловая скорость; 3) период обращения; 4) частота обращения.

### ТЕСТ № 3.

1. Точка А движется по окружности по часовой стрелке. Указать направление тангенциального ускорения



- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

2. Указать формулу связи нормального ускорения с частотой вращения

- 1)  $a = \frac{v^2}{r}$ ; 2)  $a = \omega^2 r$ ; 3)  $a = \varepsilon r$ ; 4)  $a = 4\pi^2 \nu^2 r$ .

3. Указать единицу измерения угловой скорости.

- 1)  $c^{-1}$ ; 2)  $c^{-2}$ ; 3)  $\frac{M}{c}$ ; 4)  $c$ .

4. Указать формулу, соответствующую определению среднего углового ускорения

- 1)  $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ ; 2)  $\frac{d\omega}{dt}$ ; 3)  $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ ; 4)  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ .

5. Точка вращается по окружности радиусом  $r$ . Каким будет перемещение точки и путь, пройденный точкой через 2 оборота?

- 1) 1)  $S = 0, \ell = 4\pi r$ ; 2)  $S = 4\pi r, \ell = 0$ ;  
3)  $S = 2\pi r, \ell = 2\pi r$ ; 4)  $S = 4\pi r, \ell = 4\pi r$

6. Движение троллейбуса при аварийном торможении задано уравнением:  $x = 30 + 15t - 2,5t^2$ . Чему равна начальная координата троллейбуса?

- 1) 2,5 м; 2) 5 м; 3) 15 м; 4) 30 м.

7. Как направлен вектор перемещения в криволинейном движении?

- 1) по касательной; 2) по прямой, соединяющей две точки траектории;  
3) по радиусу к центру кривизны; 4) вдоль траектории.

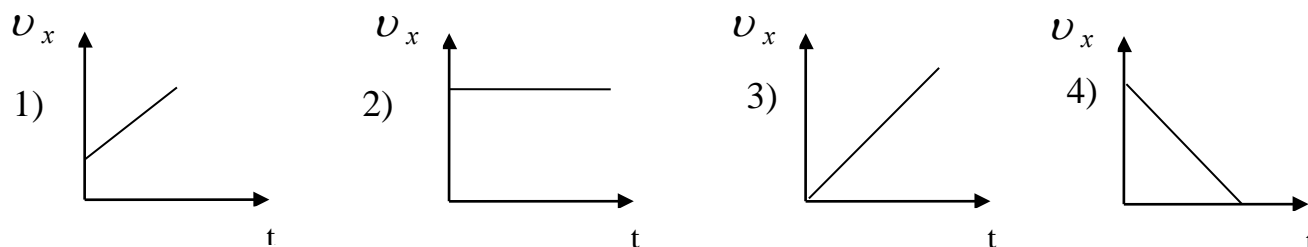
8. Равномерным называется движение, при котором:

- 1) тело за любые равные промежутки времени совершает равные пути;  
2) тело за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения;

3) скорость тела изменяется за равные промежутки времени на одну и ту же величину;

- 4) среди ответов нет верного.

9. Указать график траектории скорости при свободном падении тела.



10. Материальная точка, двигаясь, равномерно по окружности, за 2 мин совершила 60 оборотов. Чему равна циклическая частота?

- 1)  $30 \text{ с}^{-1}$ ; 2)  $12,56 \text{ с}^{-1}$ ; 3)  $0,5 \text{ с}^{-1}$ ; 4)  $3,14 \text{ с}^{-1}$ .

### ТЕСТ № 4

1. Какая из приведенных формул соответствует определению среднего ускорения?

1)  $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ; 2)  $\vec{a} = v'$ ; 3)  $a = \frac{v^2}{2S}$ ; 4)  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ .

2. Полное ускорение выражается формулой

1)  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ ; 2)  $a = \frac{v^2}{r}$ ; 3)  $a = v'$ ; 4)  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ .

3. Указать формулу связи нормального ускорения и угловой скорости вращения

1)  $a = \varepsilon r$ ; 2)  $a = \omega^2 R$ ; 3)  $a = v'$ ; 4)  $a = \frac{v^2}{r}$ .

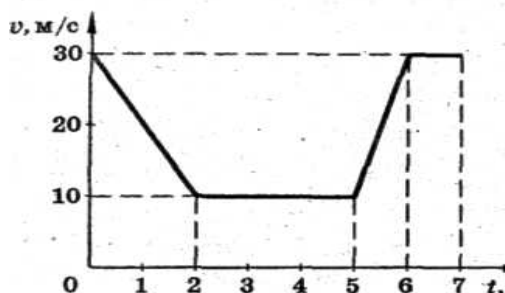
4. Указать формулу координаты точки при равноускоренном прямолинейном движении

1)  $x = x_0 + v_x t$ ; 2)  $x = x_0 + \frac{g t^2}{2}$ ; 3)  $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a t^2}{2}$ ; 4)  $y = v_y t$ .

5. На рисунке представлен график зависимости скорости тела от времени. За какой из четырех интервалов времени тело прошло максимальный путь?

- 1) 0-2 с; 2) 2-5 с; 3) 5-6 с; 4) 6-7 с.

6. Указать единицу измерения тангенциального ускорения



- 1)  $\frac{M}{c}$ ; 2)  $c^{-2}$ ; 3)  $c^{-1}$ ; 4)  $\frac{M}{c^2}$ .

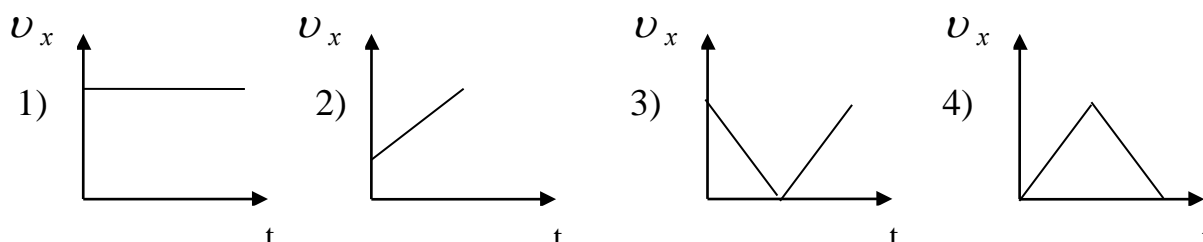
7. Указать формулу угловой скорости при равноускоренном вращении

- 1)  $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ ; 2)  $\langle \vec{\omega} \rangle = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$ ; 3)  $\omega = \frac{v}{r}$ ; 4)  $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t$ .

8. Указать формулу проекции скорости при свободном падении тела

- 1)  $v_y = v_{0y} + gt$ ; 2)  $v_y = gt$ ; 3)  $v_y = v_{0y} - gt$ ; 4)  $v_y = at$ .

9. Указать график зависимости проекции скорости движения тела, брошенного вертикально вверх.



10. Движение самолета при разбеге задано уравнением:  $x = 100 + 0,85t^2$  м. Чему равно ускорение самолета?

- 1) 0; 2)  $0,85 \text{ м/с}^2$ ; 3)  $1,7 \text{ м/с}^2$ ; 4)  $100 \text{ м/с}^2$ .

### ТЕСТ № 5.

1. Указать единицу измерения ускорения

- 1)  $1 \frac{M}{c^2}$ ; 2)  $1 \frac{M}{c}$ ; 3)  $1 \text{ с}^{-1}$ ; 4)  $1 \text{ с}^{-2}$ .

2. Тангенциальная составляющая ускорения характеризует:

- 1) быстроту изменения направления скорости;  
 2) быстроту изменения модуля скорости;  
 3) быстроту изменения модуля и направления скорости;  
 4) быстроту изменения скорости.

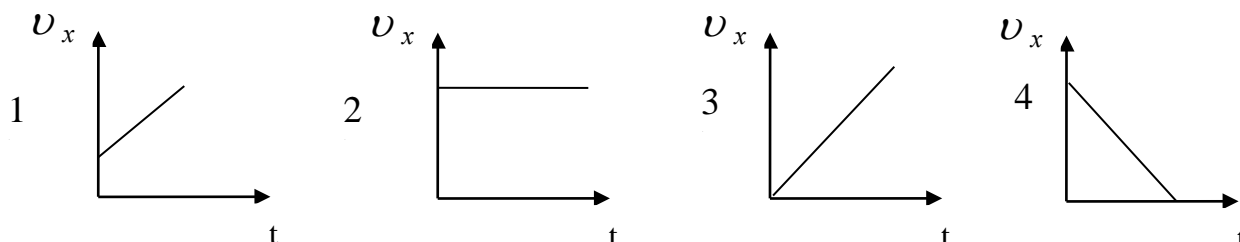
3. Указать формулу связи нормального ускорения с угловой скоростью вращения

- 1)  $a = \frac{v^2}{r}$ ; 2)  $a = \omega^2 r$ ; 3)  $a = \varepsilon r$ ; 4)  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ .

4. Указать формулу, соответствующую определению мгновенного углового ускорения

1)  $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ ; 2)  $\frac{d\omega}{dt}$ ; 3)  $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ ; 4)  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ .

5. Указать график проекции скорости при равномерном движении тела



6. Движение троллейбуса при аварийном торможении задано уравнением:  $x = 30 + 15t - 2,5t^2$ . Чему равна начальная координата троллейбуса?

1) 2,5 м; 2) 5 м; 3) 15 м; 4) 30 м.

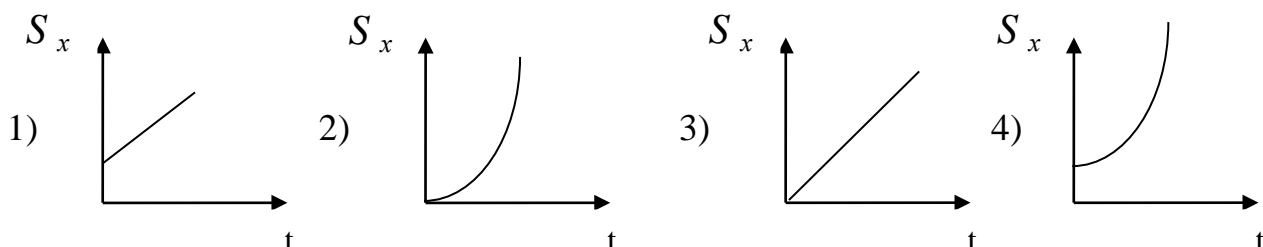
7. Луна вращается вокруг Земли по круговой орбите радиусом 400000 км с периодом 27,3 суток. Каким будет перемещение Луны за 54,6 суток?

1)  $8 \cdot 10^5$  км; 2)  $4 \cdot 10^5$  км; 3) 0 км; 4)  $12,6 \cdot 10^5$  км.

8. Тело свободно падает. Чему равен путь, пройденный за первую секунду падения?

1) 9,8 м; 2) 4,9 м; 3) 19,6 м; 4) 2,45 м.

9. Указать график проекции перемещения при равноускоренном движении.



10. Материальная точка, двигаясь равномерно по окружности радиусом 50 см, за 2 мин совершила 60 оборотов. Ее линейная скорость примерно равна:

1)  $0,9 \frac{M}{c}$ ; 2)  $1,2 \frac{M}{c}$ ; 3)  $1,6 \frac{M}{c}$ ; 4)  $1,8 \frac{M}{c}$ .

## ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В качестве первого закона динамики Ньютон сформулировал закон, установленный еще Галилеем: материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не выведет ее (его) из этого состояния.

**ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА (закон инерции):** существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущиеся тела сохраняют свою скорость постоянной, если на них не действуют другие тела (или действие других тел компенсируется).

Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета. **ИНЕРЦИАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОТСЧЕТА** — система отсчета, относительно которой свободная материальная точка, не подверженная воздействию других тел, движется равномерно и прямолинейно, или, как говорят, по инерции.

**ИНЕРТНОСТЬ ТЕЛ** — свойство, присущее всем телам и заключающееся в том, что тела оказывают сопротивление изменению его скорости (как по модулю, так и по направлению).

**МАССА ТЕЛА** — физическая величина, являющаяся мерой его инерционных (инертная масса) и гравитационных (гравитационная масса) свойств. В настоящее время можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей  $10^{-12}$  их значения).

**СИЛА** — векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения.

ИМПУЛЬС материальной точки — векторная величина, численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

**ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА:** в замкнутой системе тел геометрическая сумма импульсов тел остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const$$

Более общая формулировка **ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА:** импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии пространства — его однородности.

**ОДНОРОДНОСТЬ ПРОСТРАНСТВА** заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства и законы движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

**ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА:** ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

**БОЛЕЕ ОБЩАЯ ФОРМУЛИРОВКА ВТОРОГО ЗАКОНА НЬЮТОНА:** скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



Единица силы — ньютон (Н) — сила, которая массе 1 кг сообщает ускорение  $1 \text{ м/с}^2$  в направлении действия силы.

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг-м/с}^2.$$

**ПРИНЦИП НЕЗАВИСИМОСТИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ:** если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было.

Согласно этому принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач.

На рис. 3.1 действующая сила  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  разложена на два компонента: тангенциальную силу  $\vec{F}_\tau$  (направлена по касательной к траектории) и нормальную силу  $\vec{F}_n$  (направлена по нормали к центру кривизны).

Если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то, согласно принципу независимости действия сил, под  $\mathbf{F}$  во втором законе Ньютона понимают **результатирующую силу** — векторную сумму всех сил, действующих на материальную точку.

**ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА:** всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$\mathbf{F}_{12}$  — сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй;

$\mathbf{F}_{21}$  — сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой.

Эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы.

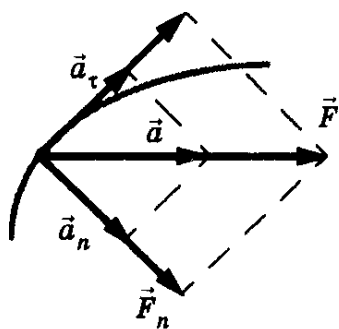


рис.3.1

ЦЕНТР МАСС — точка, через которую должна проходить линия действия силы, чтобы тело двигалось поступательно.

ЦЕНТР МАСС СИСТЕМЫ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК — воображаемая точка С, положение которой характеризует распределение массы этой системы.

РАДИУС-ВЕКТОР ТОЧКИ С

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}$$

ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС: центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему.

$$m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

### ДЕФОРМАЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА. СИЛЫ УПРУГОСТИ.

ДЕФОРМАЦИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА — изменение под действием внешних сил размеров и объема тела, сопровождающееся чаще всего изменением формы тела.

УПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ — деформация, при которой после прекращения действия внешних сил тело принимает первоначальные размеры и форму.

**ПЛАСТИЧЕСКАЯ (ОСТАТОЧНАЯ) ДЕФОРМАЦИЯ**— деформация, которая сохраняется в теле после прекращения действия внешних сил.

**СИЛА УПРУГОСТИ** — сила, возникающая в результате деформации тела и направленная в сторону, противоположную перемещениям частиц тела при деформации.

Эти силы действуют между соприкасающимися слоями деформируемого тела, а также в месте контакта деформируемого тела с телом, вызывающим деформацию.

Силы упругости подчиняются закону Гука.

**ЗАКОН ГУКА:** сила упругости пропорциональна удлинению тела и направлена в сторону, противоположную направлению перемещений частиц тела при деформации.

$$F = -kx$$

( $x$  — удлинение тела,  $k$  — коэффициент пропорциональности, называемый жесткостью пружины).

Единица жесткости — ньютон на метр (Н/м)— динамическая жесткость линейной механической системы, при которой вынуждающая гармоническая сила с амплитудой 1 Н вызывает в этой системе гармонические колебания с амплитудой 1 м.

Различают несколько типов деформаций: сжатие, растяжение, сдвиг, кручение и изгиб. Твердые тела обладают всеми видами деформаций, жидкие тела подвержены только деформациям сжатия и растяжения, а газообразные тела обладают только деформацией сжатия.

**НАПРЯЖЕНИЕ ПРИ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ**— физическая величина, определяемая силой упругости, действующей на единицу площади поперечного сечения тел

$$\delta = \frac{F_{\text{уп}}}{S}$$

( $F$  — растягивающая (сжимающая) сила, перпендикулярная поперечному сечению тела;  $S$  - площадь поперечного сечения).

Если сила направлена по нормали к поверхности, напряжение называют нормальным, если же по касательной к поверхности - тангенциальным.

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПРОДОЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ)  $\varepsilon = \Delta l / l$

$\Delta l$  — изменение длины тела при растяжении (сжатии);  $l$  — длина тела до деформации.

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОПЕРЕЧНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ)  $\varepsilon' = \Delta d / d$

$\Delta d$  — изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии);  $d$  — диаметр стержня.

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОПЕРЕЧНОЕ СЖАТИЕ (РАСТЯЖЕНИЕ)  $\varepsilon' = \mu \varepsilon$

$\varepsilon$  — коэффициент продольного растяжения (сжатия);  $\mu$  — коэффициент Пуассона.

ЗАКОН ГУКА ДЛЯ ПРОДОЛЬНОГО РАСТЯЖЕНИЯ (СЖАТИЯ)  $\sigma = E \varepsilon$

$E$  — модуль Юнга.

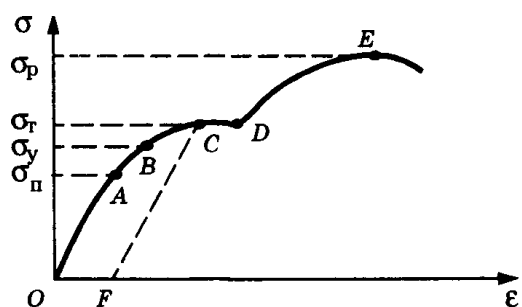


Рис. 3.2

Экспериментальная зависимость  $\sigma$  от  $\varepsilon$  для металлического образца (рис.3.2). Линейная зависимость, установленная Гуком, выполняется лишь в очень узких пределах до предела пропорциональности ( $\sigma_p$ ). При дальнейшем увеличении напряжения деформация еще упругая (хотя зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  уже не линейна) и до предела упругости ( $\sigma_y$ ) остаточные деформации не возникают. За пределом упругости в теле возникают остаточные деформации и график,

описывающий возвращение тела в первоначальное состояние после прекращения действия силы, изобразится не кривой ВО, а прямой СФ.

**ПРЕДЕЛ ТЕКУЧЕСТИ**  $\sigma_T$  — напряжение, при котором появляется заметная остаточная деформация ( $\approx 0,2\%$ ) (точка С на кривой). В области СД деформация возрастает без увеличения напряжения, т.е. тело как бы «течет». Эта область называется областью текучести (или областью пластических деформаций). Материалы, для которых область текучести значительна, называются вязкими, для которых же она практически отсутствует, — хрупкими. При дальнейшем растяжении (за точку D) происходит разрушение тела. Предел прочности  $\sigma_p$  — максимальное напряжение, возникающее в теле до разрушения.

**ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ УПРУГОРАСТЯНУТОГО (СЖАТОГО) СТЕРЖНЯ**

$$\Pi = \int_0^{\Delta l} F dx = \frac{1}{2} \frac{ES}{l} (\Delta l)^2 = \frac{E\varepsilon^2}{V}$$

(V — объем тела).

### **СИЛЫ ТРЕНИЯ.**

**СИЛЫ ТРЕНИЯ** — тангенциальные силы, возникающие при соприкосновении поверхностей тел и препятствующие их относительному перемещению.

Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел.

**ВНЕШНЕЕ ТРЕНИЕ** — трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении.

**ВНУТРЕННЕЕ ТРЕНИЕ** - трение между частями одного и того же тела, например между различными слоями жидкости или газа, скорости которых изменяются от слоя к слою.

**СИЛА ТРЕНИЯ ПОКОЯ** — сила, возникающая на границе соприкосновения тел при отсутствии относительного движения тел.

Максимальная сила трения покоя пропорциональна силе  $N$  нормального давления

$$(F_{\text{од}_0})_{\text{max}} = \mu_0 N$$

( $\mu_0$  — коэффициент трения покоя)

**СИЛА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ** пропорциональна силе нормального давления, с которой одно тело действует на другое (рис. 3.3)

$$F_{\text{од}} = \mu N$$

( $\mu$  — коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей).

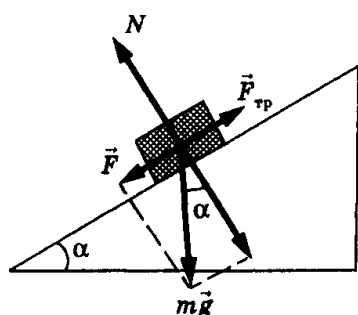


рис.3.3

**СИЛА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ**

$$F_{\text{од}} = \frac{\mu_k N}{R}$$

( $R$  — радиус катящегося тела,  $\mu_k$  — коэффициент трения качения).

## РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

**ЭНЕРГИЯ** — универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

**РАБОТА СИЛЫ** — количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

Если тело движется под действием постоянной силы  $F$ , которая составляет некоторый угол  $\alpha$  с направлением перемещения, то работа этой силы равна

произведению проекции силы  $F_s$  на направление перемещения ( $F_s = F \cos \alpha$ ), умноженной на перемещение точки приложения силы.

**ЭЛЕМЕНТАРНАЯ РАБОТА СИЛЫ  $F$  на перемещении  $d\mathbf{r}$**

$$dA = \mathbf{F} d\mathbf{r} = F \cos \alpha ds = F_s ds$$

$\alpha$  — угол между векторами  $\mathbf{F}$  и  $d\mathbf{r}$ ;  $ds = |d\mathbf{r}|$  — элементарный путь;  $F_s$  — проекция вектора  $\mathbf{F}$  на вектор  $d\mathbf{r}$  (рис. 3.4).

Если  $\alpha < \pi/2$ , то работа силы положительна; если  $\alpha > \pi/2$ , то работа силы отрицательна. При  $\alpha = \pi/2$  (сила направлена перпендикулярно перемещению) — работа силы равна нулю. Работа — величина скалярная.

**РАБОТА, СОВЕРШАЕМАЯ ПЕРЕМЕННОЙ СИЛОЙ на пути  $S$ .**

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds$$

Зная зависимость  $F_s$  от  $S$  вдоль траектории 1—2 (рис.3.5), можно вычислить этот интеграл. Искомая работа  $A$  на графике численно равна площади закрашенной фигуры.

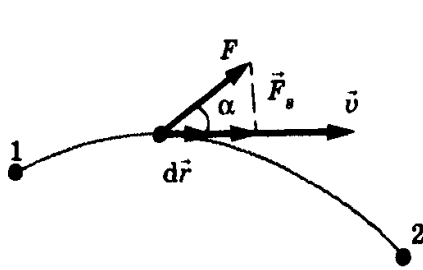


рис.3.4

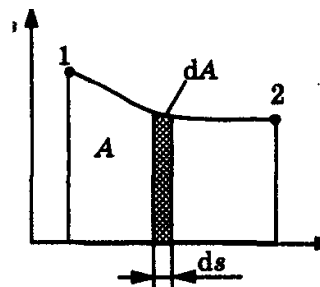


рис.3.5

Единица работы - джоуль (Дж)- работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м.

1 Дж = 1 Н · м.

**МОЩНОСТЬ** — физическая величина, характеризующая скорость совершения работы.

$$N = \frac{dA}{dt}$$

**СРЕДНЯЯ МОЩНОСТЬ** за промежуток времени  $\Delta t$   $\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}$

За время  $dt$  сила  $\vec{F}$  совершает работу  $\vec{F}d\vec{r}$ , и мощность, развиваемая этой силой, в данный момент времени

$$N = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v}, \text{ т.е.}$$

**МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ** равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы.

Единица мощности— ватт (Вт) — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж.

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с.}$$

**КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ** механической системы— энергия механического движения этой системы.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

**КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ** тела массой  $m$ , движущегося со скоростью  $\vec{v}$ , определяется работой, которую надо совершить, чтобы сообщить телу данную скорость.

**ТЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ:** работа равнодействующей сил, приложенных к телу, равна изменению кинетической энергии тела.

$$A = E_{k2} - E_{k1}.$$

Приращение кинетической энергии частицы на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении.

$$dE_k = dA$$

Приращение кинетической энергии частицы на некотором перемещении равно работе всех сил, действующих на частицу на том же перемещении.

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{12}$$

**ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ** — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Это не отражается на физических законах, так как



в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела, или производная  $E_n$  по координатам. Поэтому потенциальную энергию тела в каком-то определенном положении считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а энергию тела в других положениях отсчитывают относительно нулевого уровня.

**ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ПОЛЕ** — поле, в котором работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений.

**КОНСЕРВАТИВНАЯ СИЛА** — сила, работа которой при перемещении точки (тела) зависят только от начального и конечного положений точки (тела) в пространстве (рис. 3.6; точки А и В соответственно), т.е. не зависит от траектории (гравитационные, электростатические и др. силы).

**КОНСЕРВАТИВНАЯ СИСТЕМА**— механическая система, на тела которой действуют только консервативные силы.

**ДИССИПАТИВНАЯ СИЛА**— сила, работа которой при перемещении точки (тела) из одного положения в другое зависит от траектории перемещения точки (тела).(силы трения, сопротивления и др.).

Тело, находясь в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией.

**ДИССИПАТИВНАЯ СИСТЕМА**— система, в которой механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название диссипации (рассеяния) энергии.

**РАБОТА КОНСЕРВАТИВНЫХ СИЛ** при элементарном (бесконечно малом) изменении конфигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком минус, так как работа совершается за счет убыли потенциальной энергии

$$dA = -dE_p, \quad \vec{F}d\vec{r} = -dE_p, \quad E_p = -\int \vec{F}d\vec{r} + C$$

(C — постоянная интегрирования).

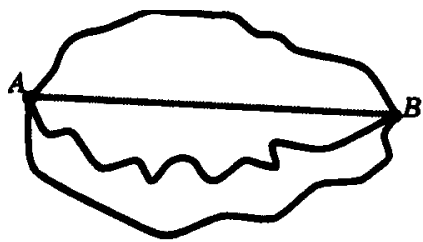


рис.3.6

В случае консервативных сил

$$F_x = -\frac{dE_n}{dx}, \quad F_y = -\frac{dE_n}{dy}, \quad F_z = -\frac{dE_n}{dz},$$

или в векторном виде  $\vec{F} = -gradE_n,$

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА, ПОДНЯТОГО НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ на высоту h

$$E_i = mgh$$

определяется работой силы тяжести, g — ускорение свободного падения.

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ УПРУГОДЕФОРМИРОВАННОГО ТЕЛА

$$E_i = \frac{kx^2}{2}$$

определяется работой силы упругости.

ПОЛНАЯ МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ — энергия механического движения и взаимодействия (равна сумме кинетической и потенциальной энергий).

$$E = E_k + E_i$$

Изменение полной энергии системы тел равно работе внешних сил и работе внутренних диссипативных сил:

$$\Delta E = A_{\hat{a}i} + A_{\hat{a}\hat{e}i}$$

Если система тел замкнута ( $A_{\hat{a}i} = 0$ ) и в ней не действуют диссипативные силы ( $A_{\hat{a}\hat{e}i} = 0$ ), то  $\Delta E = 0$  и  $E = const$  — закон сохранения энергии в механике.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ПОЛНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ: полная механическая энергия системы тел остается неизменной при любых движениях тел системы.

$$E = E_k + E_i = const$$

Более общая формулировка ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т. е. не изменяется со временем, или в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется.

Могут происходить лишь превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах, так что полная энергия остается неизменной.

Закон сохранения энергии является следствием определенного свойства симметрии — однородности времени.

ОДНОРОДНОСТЬ ВРЕМЕНИ — инвариантность физических законов относительно выбора начала отсчета времени.

### **АБСОЛЮТНО УПРУГИЙ И НЕУПРУГИЙ УДАРЫ.**

УДАР (СОУДАРЕНИЕ) — это столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

КОЭФФИЦИЕНТ ВОССТАНОВЛЕНИЯ - отношение нормальных составляющих относительной скорости тел после  $v'_n$  и до удара  $v_n$ .

$$\varepsilon = v'_n / v_n$$

ЛИНИЯ УДАРА— прямая, проходящая через точку соприкосновения тел и нормальная к поверхности их соприкосновения.

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УДАР — удар, при котором тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

АБСОЛЮТНО УПРУГИЙ УДАР — столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию.

Для абсолютно упругого удара выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения кинетической энергии:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

Скорости тел, массы которых  $m_1$  и  $m_2$ , после абсолютно упругого прямого центрального удара

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \qquad v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

(предполагается, что при прямом центральном ударе векторы скоростей шаров до и после удара лежат на прямой линии, соединяющей их центры. Проекция векторов скорости на эту линию равны модулям скоростей).

**АБСОЛЮТНО НЕУПРУГИЙ УДАР** — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое.

Согласно закону сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

**СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ ПОСЛЕ АБСОЛЮТНО НЕУПРУГОГО ЦЕНТРАЛЬНОГО УДАРА.**

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Если шары движутся навстречу друг другу, то вместе они будут продолжать двигаться в ту сторону, в которую двигался шар, обладающий большим импульсом.

В данном случае закон сохранения механической энергии не соблюдается. Вследствие деформации происходит «потеря» кинетической энергии, перешедшей в тепловую или другие формы энергии.

**ИЗМЕНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ШАРОВ ПРИ АБСОЛЮТНО НЕУПРУГОМ ЦЕНТРАЛЬНОМ УДАРЕ** (разность кинетической энергии тел до и после удара).

$$\Delta E_k = \left( \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}$$

Или с учетом выражения для  $v$

$$\Delta E_k = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Первый закон Ньютона. Масса. Сила. Принцип суперпозиции сил. Третий закон Ньютона.
2. Второй закон Ньютона. Импульс материальной точки. Закон сохранения импульса.
3. Силы упругости. Закон Гука. Силы трения.
4. Сила тяжести. Вес. Невесомость. Закон Всемирного тяготения.
5. Энергия. Работа. Мощность. Кинетическая и потенциальная энергии, их связь с работой.
6. Механическая энергия системы. Закон сохранения энергии.
7. Деформации твердого тела. Абсолютно упругий и неупругий удары. Законы сохранения, соблюдаемые при этих соударениях.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### ЗАДАЧА 1.

Молот массой 70 кг падает с высоты 5 м и ударяет по железному изделию, лежащему на наковальне. Масса наковальни вместе с изделием 1330 кг. Считая удар абсолютно неупругим, определить энергию, расходуемую на деформацию изделия. Систему молот - изделие - наковальня считать замкнутой.

**Дано:**  $m_1=70$  кг,  $m_2 = 1330$ кг,  $h=5$  м.

**Найти:**  $E_{д-}?$

**Решение:** По условию задачи система молот - изделие - наковальня считается замкнутой, а удар неупругий. На основании закона сохранения энергии можно считать, что энергия, затраченная на деформацию изделия, равна разности значений механической энергии системы до и после удара.

Считаем, что во время удара изменяется только кинетическая энергия тел, т.е. незначительным перемещением тел по вертикали во время удара пренебрегаем. Тогда для энергии деформации изделия имеем

$$E_{\text{деф}} = \frac{1}{2} m_1 v^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2,$$

где  $v$  - скорость молота в конце падения с высоты  $h$ ;  $v'$  - общая скорость всех тел системы после неупругого удара. Скорость молота в конце падения с высоты  $h$  определяется без учета сопротивления воздуха и трения по формуле:

$$v = \sqrt{2gh} \quad (2)$$

Общую скорость всех тел системы после неупругого удара найдем, применив закон сохранения количества движения  $\sum_{i=1}^n m_i v_i = const.$  (3)

Для рассматриваемой системы закон сохранения количества движения имеет вид  $m_1 v = (m_1 + m_2) v'$ , откуда  $v' = \frac{m_1 v}{(m_1 + m_2)}$ . (4)

Подставив в формулу (1) выражения (2) и (4), получим

$$E_d = m_1 g h \frac{m_2}{m_1 + m_2};$$

$$E_d = 70 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 5 \text{ м} \frac{1330}{1330 + 70} \text{ кг} = 325,85 \text{ Дж.}$$

**Ответ:**  $E_d = 325,85 \text{ Дж}$ .

## ЗАДАЧА 2.

Тело массой 1 кг под действием постоянной силы движется прямолинейно. Зависимость пути, пройденного телом, от времени задано уравнением  $S = 2t^2 + 4t + 1$ . Определить работу силы за 10с от начала действия и зависимость кинетической энергии от времени.

**Дано:**  $m = 1 \text{ кг}$ ;  $S = 2t^2 + 4t + 1$ .

**Найти:**  $A$  -?  $E_k = f(t)$ .

**Решение:** Работа, совершаемая силой  $A = \int_s F dS$ . (1)

Сила, действующая на тело, по второму закону Ньютона равна:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2 S}{dt^2}. \quad (2)$$

Мгновенное ускорение определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени. В соответствии с этим:

$$v = \frac{dS}{dt} = 4t + 4; \quad (3) \quad a = \frac{dv}{dt} = 4 \text{ м/с}^2. \quad (4) \quad \text{Тогда: } F = m \frac{dv}{dt} = 4m. \quad (5)$$

Из (3) находим:  $dS = v dt = (4t + 4)dt$ . (6)

Подставив (5) и (6) в уравнение (1) получим:  $A = \int_0^t 4m(4t + 4)dt$ .

По этой формуле вычислим работу, совершаемую силой за 10с от начала ее действия:

$$A = \int_0^{10} (16mt + 16m)dt = m \left[ \frac{16t^2}{2} + 16t \right]_0^{10} = 1(8 \cdot 100 + 16 \cdot 10) = 960 \text{ Дж.}$$

Кинетическая энергия равна:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(4t+4)^2}{2} = m(8t^2 + 16t + 8) = f(t).$$

**Ответ:**  $A=960 \text{ Дж}$ ,  $E_k = m(8t^2 + 16t + 8)$ .

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**2.1** Автомобиль массой  $m = 1020 \text{ кг}$ , двигаясь равнозамедленно, остановился через время  $t = 5 \text{ с}$ , пройдя путь  $S = 25 \text{ м}$ . Найти начальную скорость автомобиля и силу торможения  $F$ .

**2.2** Вагон массой  $m = 20 \text{ т}$  движется равнозамедленно, имея начальную скорость  $v_0 = 54 \text{ км/ч}$  и ускорение  $a = -0,3 \text{ м/с}^2$ . Какая сила торможения  $F$  действует на вагон? Через какое время  $t$  вагон остановится? Какое расстояние  $S$  вагон пройдет до остановки?

**2.3** Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Пройдя путь  $S = 36,4 \text{ см}$ , тело приобретает скорость  $v = 2 \text{ м/с}$ . Найти коэффициент трения  $\mu$  тела о плоскость.

**2.4** Невесомый блок укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы  $m_1 = m_2 = 1 \text{ кг}$  соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения гири 2 о стол  $\mu = 0,1$ . Найти ускорение  $a$ , с которым движутся гири, и силу натяжения нити  $T$ . Трением в блоке пренебречь.

**2.5** Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы заставить движущееся тело массой  $m = 2$  кг: а) увеличить скорость с  $v_1 = 2$  м/с до  $v_2 = 5$  м/с; б) остановиться при начальной скорости  $v_0 = 8$  м/с?

**2.6** Мяч, летящий со скоростью  $v_1 = 15$  м/с, отбрасывается ударом ракетки в противоположном направлении со скоростью  $v_2 = 20$  м/с. Найти изменение импульса  $m\Delta v$  мяча, если известно, что изменение его кинетической энергии  $\Delta E_k = 8,75$  Дж.

**2.7** Тело скользит сначала по наклонной плоскости составляющей угол  $\alpha = 8^\circ$  с горизонтом, а затем по горизонтальной поверхности. Найти коэффициент трения  $\mu$  на всем пути, если известно, что тело проходит по горизонтальной плоскости то же расстояние, что и по наклонной плоскости.

**2.8** Автомобиль массой  $m = 1$  т движется при выключенном моторе с постоянной скоростью  $v = 54$  км/ч под гору с уклоном 4 м на каждые 100 м пути. Какую мощность  $N$  должен развивать двигатель автомобиля, чтобы автомобиль двигался с той же скоростью в гору?

**2.9** Человек массой  $m_1 = 60$  кг, бегущий со скоростью  $v_1 = 8$  км/ч, догоняет тележку массой  $m_2 = 80$  кг, движущуюся со скоростью  $v_2 = 2,9$  км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью  $u$  будет двигаться тележка? С какой скоростью  $u'$  будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

**2.10** Граната, летящая со скоростью  $v = 10$  м/с, разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью  $u_1 = 25$  м/с. Найти скорость  $u_2$  меньшего осколка.

**2.11** Два тела движутся навстречу друг другу и соударяются неупруго. Скорости тел до удара были  $v_1 = 2$  м/с и  $v_2 = 4$  м/с. Общая скорость тел после удара  $u = 1$  м/с и по направлению совпадает с направлением скорости  $v_1$ . Во сколько раз кинетическая энергия  $E_{k1}$  первого тела была больше кинетической энергии  $E_{k2}$  второго тела?

**2.12** Автомобиль массой  $m = 2$  т движется в гору с уклоном 4 м на каждые 100 м пути. Коэффициент трения  $\mu = 0,08$ . Найти работу  $A$ , совершаемую



двигателем автомобиля на пути  $S = 3$  км, и мощность  $N$  развиваемую двигателем, если известно, что путь  $S = 3$  км был пройден за время  $t = 4$  мин.

**2.13** Тело массой  $m = 10$  г движется по окружности радиусом  $R = 6,4$  см. Найти тангенциальное ускорение  $a_t$  тела, если известно, что к концу второго оборота после начала движения его кинетическая энергия  $E_k = 0,8$  МДж.

**2.14** Найти работу  $A$ , которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой  $m=1$ т от  $v_1 = 2$  м/с до  $v_2 = 6$  м/с на пути  $S = 10$  м. На всем пути действует сила трения  $F_{тр} = 2$  Н.

**2.15** Шофер автомобиля, имеющего массу  $m = 1$  т, начинает тормозить на расстоянии

$S = 25$  м от препятствия на дороге. Сила трения в тормозных колодках автомобиля

$F_{тр} = 3,84$  кН. При какой предельной скорости  $v$  движения автомобиль успеет остановиться перед препятствием? Трением колес о дорогу пренебречь.

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

### ТЕСТ № 1

**1.** Масса – физическая величина, являющаяся мерой

- 1) плотности тела;
- 2) инертности тела;
- 3) гравитационных свойств тела;
- 4) инертных и гравитационных свойств тела.

**2.** Какая из приведенных ниже формул выражает II закон Ньютона?

- 1)  $F = \mu N$ ;
- 2)  $\vec{F} = m\vec{a}$ ;
- 3)  $F = G\frac{mM}{r^2}$ ;
- 4)  $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ .

**3.** Единицей измерения какой физической величины является Ньютон?

- 1) силы;
- 2) массы;
- 3) работы;
- 4) энергии.

**4.** Как движется тело, если векторная сумма всех действующих на него сил равна 0?

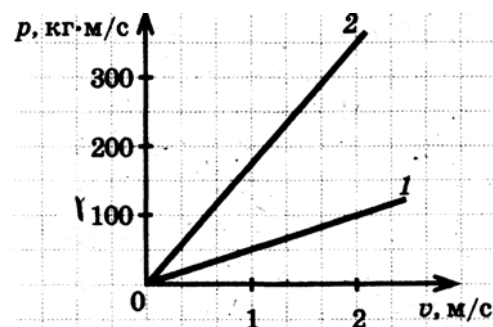
- 1) тело покоится;
- 2) тело равномерно прямолинейно движется;
- 3) тело движется равномерно по криволинейной траектории;
- 4) тело покоится или равномерно прямолинейно движется.

5. Если координата тела массой 10 кг, движущегося прямолинейно вдоль оси X, меняется со временем по закону  $x = 2t - 10t^2$  м, то модуль силы, действующей на тело равен:

- 1) 10 Н; 2) 100 Н; 3) 50 Н; 4) 200 Н.

6. На рисунке изображены графики зависимости импульса от скорости двух тел. Масса какого тела больше и во сколько раз?

- 1) массы тел одинаковы; 2) масса тела 1 больше в 3,5 раза; 3) масса тела 2 больше в 3,5 раза; 4) по графикам нельзя сравнить массы тел.

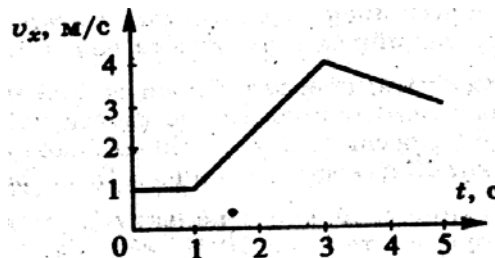


7. Сила трения относится:

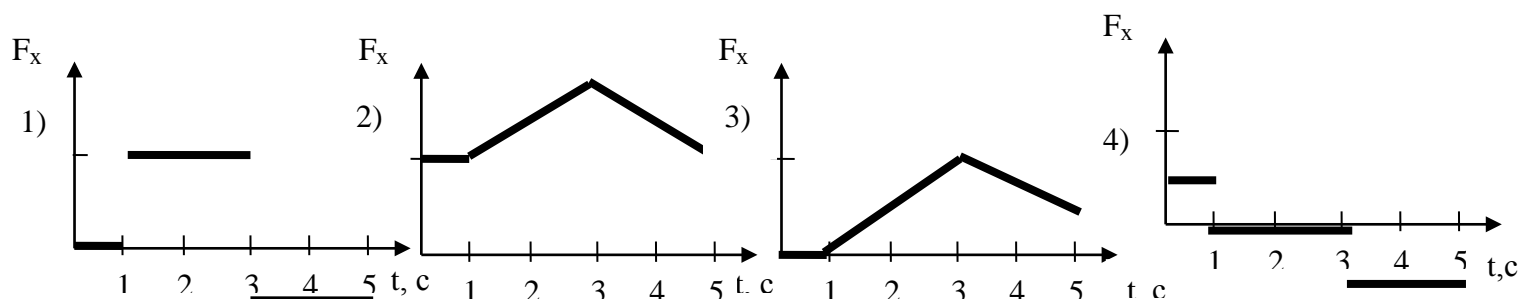
- 1) к электромагнитному взаимодействию; 2) к гравитационному взаимодействию; 3) к сильному взаимодействию; 4) к слабому взаимодействию.

8. Автомобиль едет по выпуклому мосту с постоянной по модулю скоростью. Укажите правильные утверждения:

- 1) автомобиль движется без ускорения; 2) вес автомобиля в верхней точке меньше силы тяжести; 3) равнодействующая всех сил, действующих на автомобиль, равна нулю; 4) равнодействующая всех сил, действующих на автомобиль, равна центростремительной силе.



9. На рисунке дан график зависимости от времени проекции скорости тела. Указать график зависимости проекции силы, действующей на тело.



**10.** Имеет ли вес гири, висящая на нити? Чему будет равен вес гири, если нить перерезать?

- 1) нет,  $P = 0$ ;    2) да,  $P = 0$ ;    3) да,  $P = mg$ ;    4) нет,  $P = 0$ .

## ТЕСТ № 2

**1.** Сила – это векторная величина являющаяся

1) мерой движения тел;    2) мерой гравитационных свойств тела;    3) мерой инертных свойств тел;    4) мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или деформируется.

**2.** Какая из приведенных ниже формул является выражением для силы упругости?

- 1)  $F = \mu N$ ;    2)  $\vec{F} = m\vec{a}$ ;    3)  $F = G \frac{mM}{r^2}$ ;    4)  $F = -kx$ .

**3.** В каких единицах измеряется импульс?

- 1)  $\frac{кг \cdot м}{с^2}$ ;    2)  $\frac{кг \cdot м}{с}$ ;    3) кг;    4) кг  $м^2$

**4.** Тело массы  $m$  движется под действием силы  $F$ . Если массу тела уменьшить в 2 раза, а силу увеличить в 2 раза, то модуль ускорения тела:

1) уменьшится в 4 раза;    2) не изменится;    3) увеличится в 4 раза;    4) увеличится в 8 раз.

**5.** Спутник планеты, масса которой  $M$ , движется по круговой орбите радиуса  $R$ . Каково ускорение движения спутника?

- 1)  $G \frac{M}{R}$ ;    2)  $G \frac{M}{R^2}$ ;    3)  $\sqrt{G \frac{M}{R}}$ ;    4)  $\sqrt{G \frac{M}{R^2}}$ .

**6.** На полу лифта, движущегося вверх с постоянным ускорением  $a$  ( $a < g$ ), лежит груз массой  $m$ . Какой вес этого груза?

- 1) 0;    2)  $mg$ ;    3)  $m(g + a)$ ;    4)  $m(g - a)$ .

**7.** Второй закон Ньютона описывает

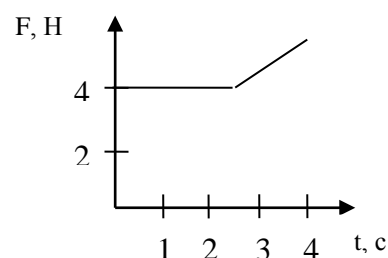
1) состояние покоя;    2) равномерного прямолинейного движения;    3) движение с ускорением;    4) взаимодействие тел.

**8.** Масса грузового автомобиля в 8 раз больше чем легкового, а скорость в два раза больше чем грузового. Сравнить модули импульсов грузового автомобиля  $p_{г}$  и легкового  $p_{л}$ .

1)  $p_{\text{л}} = 4 p_{\text{г}}$ ;    2)  $p_{\text{г}} = 4 p_{\text{л}}$ ;

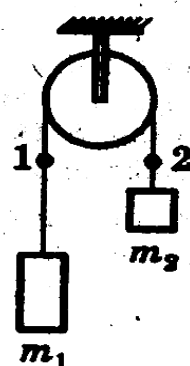
3)  $p_{\text{л}} = 16 p_{\text{г}}$ ;    4)  $p_{\text{г}} = 4 p_{\text{л}}$ .

9. На рисунке изображен график зависимости модуля равнодействующей силы от времени движения тела. Масса тела 2 кг. Чему равно ускорение тела в момент времени  $t = 2$  ?



1)  $8 \frac{M}{c^2}$ ;    2)  $2 \frac{M}{c^2}$ ;    3) ускорение возрастает;    4)  $0,5 \frac{M}{c^2}$ .

10. Грузы массами  $m_1$  и  $m_2$  соединены нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок, причем  $m_1 < m_2$ . Указать какими будут силы натяжения нитей  $F_{H1}$  и  $F_{H2}$  и ускорения грузов  $a_1$  и  $a_2$ .



1)  $F_{H1} = F_{H2}$ ,  $a_1 > a_2$ ;    2)  $F_{H1} < F_{H2}$ ,  $a_1 > a_2$ ;

3)  $F_{H1} = F_{H2}$ ,  $a_1 = a_2$ ;    4)  $F_{H1} > F_{H2}$ ,  $a_1 > a_2$

### ТЕСТ № 3

1. Импульс материальной точки - это

1) скалярная величина, равная произведению массы на скорость  $mv$ ;

2) величина, равная произведению силы на время действия силы  $F dt$ ;

3) векторная величина, равная произведению массы материальной точки на ее скорость  $m\vec{v}$ ;

4) векторная величина равная произведению массы материальной точки на ускорение  $m\vec{a}$ .

2. Какая из приведенных ниже формул выражает закон всемирного тяготения?

1)  $\vec{F} = m\vec{a}$ ;    2)  $F = \mu N$     3)  $F = G \frac{mM}{r^2}$ ;    4)  $F = -kx$ .

3. Указать единицу измерения коэффициента трения.

1)  $\frac{H}{m}$ ;    2)  $Hm$ ;    3)  $\frac{H}{m^2}$ ;    4) безразмерная величина.

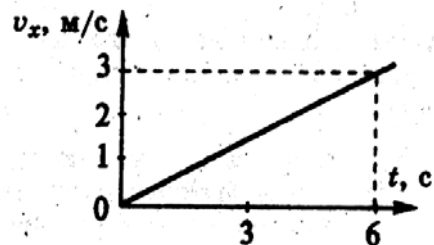
4. Равнодействующая всех сил, приложенных к телу массой 3 кг, равна 6 Н. Какова скорость и ускорение движения тела?

1) скорость  $0 \frac{M}{c}$ , ускорение  $2 \frac{M}{c^2}$ ;    2) скорость  $2 \frac{M}{c}$ , ускорение  $0 \frac{M}{c^2}$ ;

3) скорость может быть любой, ускорение  $2 \frac{M}{c^2}$ ;

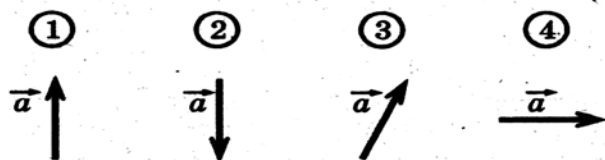
4) скорость  $2 \frac{M}{c}$ , ускорение может быть любым;

5. Определите модуль силы, действующей на тело массой 4 кг, если дан график зависимости проекции скорости от времени.



1) 12 Н; 2) 8 Н; 3) 2 Н; 4) 0 Н.

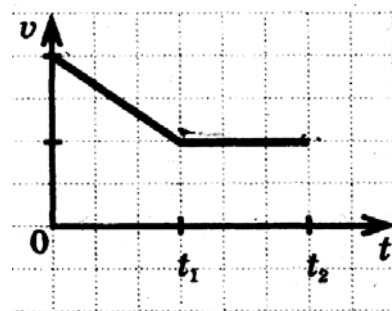
6. Мяч брошен вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ , указать направление вектора ускорения, с которым движется мяч.



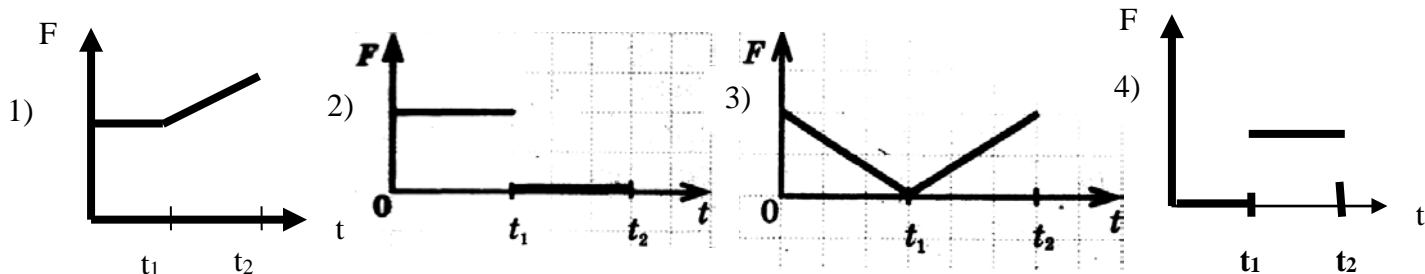
7. Сила натяжения нити, к которой подвешен груз относится

1) к электромагнитному взаимодействию; 2) к гравитационному взаимодействию;

3) к сильному взаимодействию; 4) к слабому взаимодействию.



8. На рисунке изображен график зависимости скорости движения трамвая от времени. Какой из графиков 1, 2, 3 или 4 выражает зависимость модуля равнодействующей силы от времени движения?



9. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $\vec{v}_0$ . Чему равен импульс тела в верхней точке траектории?

1)  $m\vec{v}_0$ ; 2) 0; 3)  $m(\vec{v}_0 - \vec{g}t)$ ; 4)  $m(v_0 - gt)$ .

10. Вес тела – это

1) сила тяжести; 2) сила гравитационного притяжения к Земле;

3) сила упругости; 4) сила упругости, с которой тело действует на горизонтальную опору или вертикальный подвес.

## ТЕСТ № 4

1. Законы Ньютона выполняются

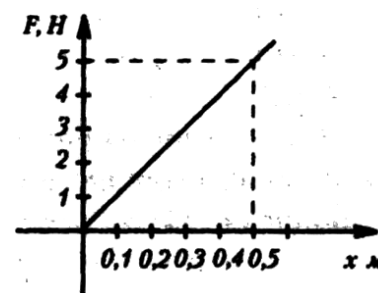
1) в любых инерциальных системах отчета; 2) только в покоящихся системах отчета; 3) только в инерциальных системах отчета; 4) и в инерциальных системах отчета, и в неинерциальных системах отчета.

2. Тело движется прямолинейно с постоянной скоростью. Какое утверждение о равнодействующей всех приложенных к нему сил правильно?

1) не равна нулю, постоянна по модулю и направлению; 2) не равна нулю, постоянна по направлению, но не по модулю; 3) не равна нулю, постоянна по модулю, но не по направлению; 4) равна нулю.

3. Вес измеряется в 1) кг; 2) Н; 3) Н с; 4)  $\frac{H}{M}$ .

4. На рисунке приведен график зависимости модуля силы упругости от удлинения пружины. Чему равна жесткость пружины?



1)  $0,2 \frac{H}{M}$ ; 2)  $0,4 \frac{H}{M}$ ; 3)  $2 \frac{H}{M}$ ; 4)  $10 \frac{H}{M}$ .

5. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите. Укажите все правильные утверждения.

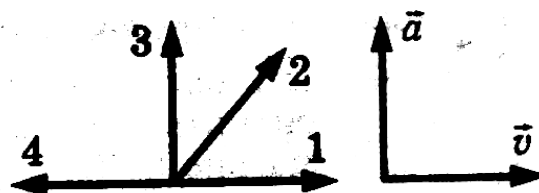
1) Движение спутника происходит только под действием силы тяжести; 2) ускорение спутника больше ускорения свободного падения у поверхности Земли; 3) ускорение спутника меньше ускорения свободного падения у поверхности Земли; 4) спутник находится в состоянии невесомости.

6. Третий закон Ньютона описывает

1) состояние покоя; 2) равномерного прямолинейного движения; 3) движение с ускорением; 4) взаимодействие тел.

7. На левом рисунке представлены векторы скорости и ускорения тела. Какой из четырех векторов на правом рисунке

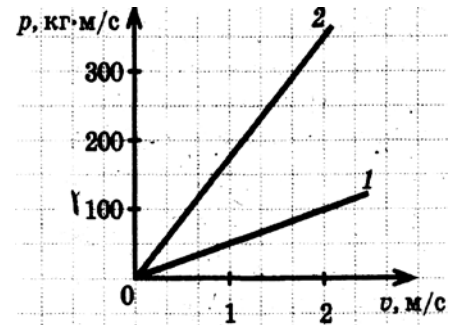
указывает направление вектора равнодействующей всех сил, действующих на это тело? 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.



8. Космическая ракета удаляется от Земли. На каком расстоянии от поверхности Земли сила гравитационного притяжения ракеты Землей уменьшится в 4 раза по сравнению с силой притяжения на Земной поверхности ( $R$  – радиус Земли)?

- 1)  $R$ ; 2)  $\sqrt{2} R$ ; 3)  $2 R$ ; 4)  $4 R$ .

9. На рисунке изображены графики зависимости импульса от скорости двух тел. Масса какого тела больше и во сколько раз?



- 1) массы тел одинаковы; 2) масса тела 1 больше в 3,5 раза; 3) масса тела 2 больше в 3,5 раза; 4) по графикам нельзя сравнить массы тел.

10. На наклонной плоскости неподвижно лежит брусок. Укажите все правильные утверждения.

- 1) на брусок действует только сила тяжести; 2) сила реакции опоры направлена перпендикулярно наклонной плоскости; 3) на брусок действуют сила тяжести и сила реакции опоры; 4) равнодействующая всех сил, приложенных к бруску равна нулю.

### ТЕСТ № 5

1. Сила в каждый момент времени характеризуется:

- 1) числовым значением; 2) направлением в пространстве; 3) точкой приложения;  
4) 1,2, и 3.

2. Каким выражением определяют импульс материальной точки?

- 1)  $m\vec{a}$ ; 2)  $m\vec{v}$ ; 3)  $\vec{F} dt$ ; 4)  $\frac{mv^2}{2}$ .

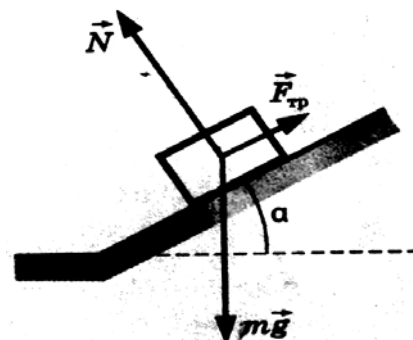
3. Указать единицу измерения импульса тела.

- 1) кг; 2)  $\frac{кг \cdot м^2}{с}$ ; 3)  $\frac{кг \cdot м}{с}$ ; 4)  $\frac{кг \cdot м}{с^2}$ .

4. Под действием силы 10 Н тело движется с ускорением  $5 \frac{см}{с^2}$ . Какова масса тела?

- 1) 2 кг; 2) 200 кг; 3) 0,5 кг; 4) 50 кг.

5. Брусок лежит на наклонной плоскости. На него действуют три силы:  $m\vec{g}$  - сила тяжести,  $\vec{N}$  - сила упругости опоры,  $\vec{F}_{\text{тр}}$  - сила трения. Если брусок покоится, то модуль равнодействующей сил  $m\vec{g}$  и  $\vec{F}_{\text{тр}}$  равен



- 1)  $N$ ; 2)  $N \cos \alpha$ ; 3)  $N \sin \alpha$ ; 4)  $mg + F_{\text{тр}}$ .

6. Второй закон Ньютона описывает

- 1) состояние покоя; 2) равномерного прямолинейного движения;  
3) движение с ускорением; 4) взаимодействие тел.

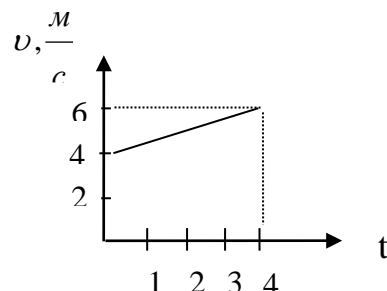
7. Вес тела относится:

- 1) к электромагнитному взаимодействию; 2) к гравитационному взаимодействию;  
3) к сильному взаимодействию; 4) к слабому взаимодействию.

8. На рисунке дан график скорости тела массой 2 кг.

При этом на тело действует сила

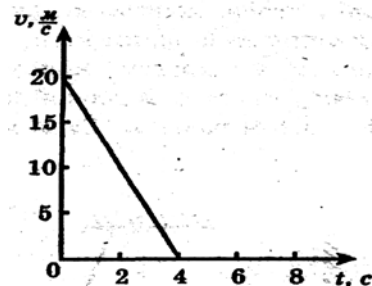
- 1) 2 Н; 2) 4 Н; 3) 6 Н; 4) 8 Н.



9. Космонавт испытывает состояние невесомости

- 1) при взлете ракеты; 2) в момент перехода ракеты на круговую орбиту;  
3) в процессе полета по круговой траектории; 4) в момент посадки ракеты.

10. На рисунке изображен график зависимости скорости тела от времени. Масса тела 200 г. Определить импульс тела в начальный момент времени.



- 1)  $0,8 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$ ; 2)  $4 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$ ; 3)  $4 \cdot 10^3 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$ ; 4)  $0 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$



## МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

**МОМЕНТ ИНЕРЦИИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ** относительно данной оси — скалярная величина, равная произведению массы точки на квадрат расстояния от этой точки до оси

$$J = mr^2$$

$m$  — масса точки;  $r$  — расстояние от точки до оси

**МОМЕНТ ИНЕРЦИИ СИСТЕМЫ** (тела) относительно оси — физическая величина, равная сумме произведений масс  $n$  материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

**МОМЕНТ ИНЕРЦИИ В СЛУЧАЕ НЕПРЕРЫВНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС**

$$J = \int r^2 dm ,$$

где интегрирование производится по всему объему тела.

**МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ НЕКОТОРЫХ ОДНОРОДНЫХ ТЕЛ.**

Таблица 1

тело	положение оси вращения	момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиуса $R$	Ось симметрии	$mR^2$
Сплошной цилиндр радиуса $R$	Ось симметрии	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной $l$	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной $l$	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом $R$	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

**ТЕОРЕМА ШТЕЙНЕРА:** момент инерции тела относительно любой оси вращения равен моменту его инерции  $J_c$  относительно параллельной оси, проходящей через центр масс  $C$  тела, сложенному с произведением массы  $m$  тела на квадрат расстояния  $a$  между осями.

$$J = J_C + ma^2$$

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ Z

$$E_{\text{вд}} = \frac{J_z \omega^2}{2}$$

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА, КАТЯЩЕГОСЯ ПО ПЛОСКОСТИ без скольжения

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

Подобно тому, как масса является мерой инертности тела при его поступательном движении, момент инерции есть мера инертности тела при его вращении.

Характеристикой внешнего механического воздействия, приводящего к изменению параметров вращения тела, является момент силы.

МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКИ O — физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора  $\vec{r}$ , проведенным из точки O в точку A приложения силы  $\vec{F}$ , на эту силу (рис. 4.1)

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$$

Модуль момента силы  $M = Fr \sin \alpha = Fl$

Если действует несколько сил (система сил), то моментом этой системы является геометрическая сумма моментов относительно этой точки всех  $n$  сил системы

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \vec{F}_i]$$

МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ Z — скалярная величина  $M_z$ , равная проекции на эту ось вектора  $\vec{M}$  момента силы, определенного относительно произвольной точки O данной оси z (рис.4.2).

Значение момента  $M_z$  не зависит от выбора положения точки O на оси z.

Если ось z совпадает с направлением вектора  $\vec{M}$ , то момент силы можно записать в виде вектора, направленного вдоль оси:

$$\vec{M}_z = [\vec{r}\vec{F}]_z$$

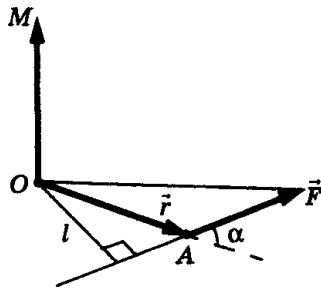


рис.4.1

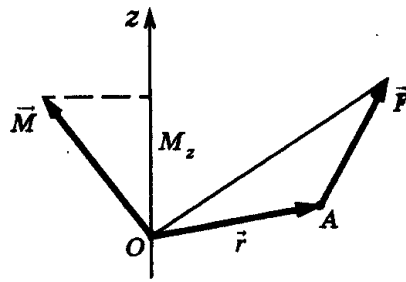


рис.4.2

РАБОТА ПРИ ВРАЩЕНИИ ТЕЛА идет на увеличение его кинетической энергии

$dA = dE_k$  и равна произведению момента действующей силы на угол поворота

$$dA = M_z d\varphi, \text{ но } dE_k = d\left(\frac{J_z \omega^2}{2}\right) = J_z \omega d\omega \quad \text{тогда} \quad M_z d\varphi = J_z \omega d\omega \quad \text{или}$$

$$M_z \frac{d\varphi}{dt} = J_z \omega \frac{d\omega}{dt}$$

Учитывая, что  $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ , а  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ , получаем

$M_z = J_z \varepsilon$  — уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно оси.

МОМЕНТ ИМПУЛЬСА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ А ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКИ О — физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора  $\vec{r}$ , проведенного из точки О в точку А, на вектор импульса  $\vec{p}$ .

$$\vec{L} = [\vec{r} \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]$$

( $\vec{p} = m\vec{v}$  — импульс материальной точки;  $\vec{L}$  — псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{r}$  к  $\vec{p}$ ).

Модуль вектора момента импульса

$$L = pr \sin \alpha = pl = mv l$$

( $\alpha$  — угол между векторами  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{p}$ ,  $l$  — плечо вектора  $\mathbf{p}$  относительно точки  $O$ ).

МОМЕНТ ИМПУЛЬСА ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ  $Z$  — скалярная величина  $L_z$ , равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки  $O$  данной оси. Значение момента импульса  $L_z$  не зависит от положения точки  $O$  на оси  $z$ .

Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i$$

Используя формулу  $v_i = r_i \omega$  получим  $L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega$  т.е.

$L_z = J_z \omega$  - момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость.

Продифференцируем это уравнение по времени:  $\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z$ , т.е.

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z$$

УРАВНЕНИЕ (ЗАКОН) ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ: производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z$$

В замкнутой системе момент внешних сил  $\mathbf{M}=0$  и  $\frac{dL}{dt} = 0$ , откуда  $\mathbf{L} = \text{const}$ .

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА:

момент импульса замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

$$\mathbf{L} = \text{const}.$$

Закон сохранения момента импульса — фундаментальный закон природы. Он связан со свойством симметрии пространства — его изотропностью.

ИЗОТРОПНОСТЬ — инвариантность физических законов относительно выбора направления осей координат системы отсчета (относительно поворота замкнутой системы в пространстве на любой угол).

Сопоставление основных величин и уравнений, определяющих вращение тела вокруг неподвижной оси и его поступательное движение.

Таблица 2

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ		ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ	
масса	$m$	момент инерции	$J$
скорость	$\vec{v} = d\vec{r}/dt$	угловая скорость $\vec{\omega} = d\vec{\varphi}/dt$	
ускорение $\vec{a} = d\vec{v}/dt$		угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt$	
сила	$\vec{F}$	момент силы	$\vec{M}, M_z$
импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	момент $L_z = J_z\omega$	импульса
основное уравнение динамики $\vec{F} = d\vec{p}/dt$	$\vec{F} = m\vec{a}$	основное уравнение динамики $M_z = J_z\varepsilon$ $\vec{M} = d\vec{L}/dt$	
работа $dA = F_s dS$		работа вращения $dA = M_z d\varphi$	
кинетическая энергия $E_k = mv^2/2$		кинетическая энергия вращения $E_{\text{вд}} = J_z\omega^2/2$	

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Вращение твердых тел. Момент инерции. Теорема Штейнера.
2. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.
3. Момент силы. Основной закон динамики вращательного движения.
4. Кинетическая энергия вращения.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### ЗАДАЧА 1.

Тонкий стержень массой 300г и длиной 50см вращается с угловой скоростью  $10\text{с}^{-1}$  в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Найти угловую скорость, если в процессе вращения в той же плоскости стержень переместится так, что ось вращения пройдет через конец стержня.

**Дано:**  $m=300\text{г}=0,3\text{ кг}$ ;  $l=50\text{см}=0,5$ ;  $\omega_1=10\text{ с}^{-1}$ .

**Найти:**  $\omega_2$ .

**Решение:** Используем закон сохранения момента количества движения

$$\sum_{i=1}^n J_i \omega_i = \text{const}, \quad (1)$$
 где  $J_i$  - момент инерции стержня относительно оси вращения.

Для изолированной системы тел векторная сумма моментов количества движения остается постоянной. В данной задаче вследствие того, что распределение массы стержня относительно оси вращения изменяется, момент инерции стержня также изменится. В соответствии с (1) запишем:

$$J_0 \omega_1 = J_2 \omega_2. \quad (2)$$

Известно, что момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной стержню, равен

$$J_0 = \frac{ml^2}{12} \quad (3)$$

По теореме Штейнера,  $J=J_0+ma^2$ , где  $J$  - момент инерции тела относительно произвольной оси вращения;  $J_0$  - момент инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс;  $a$  - расстояние от центра масс до выбранной оси вращения.

Найдем момент инерции относительно оси, проходящей через его конец и перпендикулярной стержню:  $J_2=J_0+m a^2$  ;

$$J_2 = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3}. \quad (4)$$

Подставим формулы (3) и (4) в (2):  $\frac{ml^2\omega_1}{12} = \frac{ml^2\omega_2}{3}$ , откуда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{4}, \quad \omega_2 = \frac{10c^{-1}}{4} = 2,5c^{-1}.$$

**Ответ:**  $\omega_2 = 2,5 \text{ с}^{-1}$ .

## ЗАДАЧА 2.

Сплошной цилиндр массой 0,5кг и радиусом 0,02м вращается относительно оси, совпадающей с осью цилиндра, по закону  $\varphi = 12 + 8t - 0,5t^2$ . На цилиндр действует сила, касательная к поверхности. Определить эту силу и тормозящий момент.

**Дано:**  $m=0,5\text{кг}$ ;  $r=0,02\text{ м}$ ;  $\varphi = 12+8t -0,5t^2$ .

**Найти:**  $F$ -?  $M$ -?

**Решение:** Цилиндр вращается относительно оси, совпадающей с его осью, по закону  $\varphi = 12+8t -0,5t^2$ . Угловое ускорение определяется как вторая производная от угла поворота по времени:

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

где  $\omega$  - угловая скорость, равная первой производной от угла по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \text{т.е. } \omega = 8 - t, \quad \text{тогда } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -1 \text{ рад/с}^2.$$

Момент силы относительно оси вращения:  $\vec{M} = [\vec{F} \cdot \vec{r}]$ , или в скалярном виде:

$M = Fr \sin \alpha$ , т.к. сила действует касательно к поверхности, то  $\sin \alpha = 1$ , тогда

$$M = Fr \quad \text{и} \quad F = M/r. \quad (1)$$

Тормозящий момент можно определить из основного уравнения динамики вращательного движения:  $M = J \cdot \varepsilon$  (2),

где  $J$  - момент инерции цилиндра, относительно оси вращения; т.к. ось вращения совпадает с осью цилиндра, то момент инерции его равен:

$$J = \frac{1}{2}mr^2 \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2) имеем:

$$M = \frac{1}{2} m r^2 \varepsilon = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ кг} \cdot 0,02 \text{ м}^2 \cdot (-1) \text{ рад/с}^2 = 1,10^{-4} \text{ Нм}.$$

Сила равна: 
$$F = \frac{M}{r} = \frac{1,10^{-4}}{0,02} = 0,005 \text{ Н}.$$

**Ответ:**  $M=1,10^{-4} \text{ Нм}$ ,  $F=0,005 \text{ Н}$ .

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**3.1** Диск массой  $m = 2 \text{ кг}$  катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью  $v = 4 \text{ м/с}$ . Найти кинетическую энергию  $E_k$  диска.

**3.2** Шар диаметром  $D = 6 \text{ см}$  и массой  $m = 0,25 \text{ кг}$  катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения  $n = 4 \text{ об/с}$ . Найти кинетическую энергию  $E_k$  шара.

**3.3** Диск диаметром  $D = 60 \text{ см}$  и массой  $m = 1 \text{ кг}$  вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно к его плоскости с частотой  $n = 20 \text{ об/с}$ . Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы остановить диск?

**3.4** Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой  $n = 5 \text{ об/с}$ ,  $W_k = 60 \text{ Дж}$ . Найти момент импульса  $L$  вала.

**3.5** Найти кинетическую  $E_k$  энергию велосипедиста, едущего со скоростью  $v = 9 \text{ км/ч}$ . Масса велосипедиста вместе с велосипедом  $m = 78 \text{ кг}$ , причем на колеса приходится масса  $m_0 = 3 \text{ кг}$ . Колеса велосипеда считать обручами.

**3.6** Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью  $v = 7,2 \text{ км/ч}$ . На какое расстояние  $S$  может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен  $10 \text{ м}$  на каждые  $100 \text{ м}$  пути.

**3.7** Медный шар радиусом  $R = 10 \text{ см}$  вращается с частотой  $n = 2 \text{ об/с}$  вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость  $\omega$  вращения шара вдвое?

**3.8** Найти линейные скорости  $v$  движения центров масс шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости  $h = 0,5 \text{ м}$ , начальная скорость всех тел  $v_0 = 0$ . Сравнить найденные скорости со скоростью тела, соскальзывающего с наклонной плоскости при отсутствии трения.



**3.9** Вентилятор вращается с частотой  $n = 900$  об/мин, После выключения вентилятора, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки  $N = 75$  об. Работа сил торможения  $A = 44,4$  Дж. Найти момент инерции  $J$  вентилятора и момент сил торможения  $M$ .

**3.10** Маховое колесо, момент инерции которого  $J = 245$  кг·м<sup>2</sup>, вращается с частотой  $n = 20$  об/с. После того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось, сделав  $N = 1000$  об. Найти момент сил трения  $M_{тр}$  и время  $t$ , прошедшее от момента прекращения действия вращающего момента до остановки колеса.

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

### ТЕСТ №1

**1.** Момент инерции материальной точки относительно оси вращения – это физическая величина

- 1) равная сумме произведений масс  $n$  материальных точек системы на квадрат их расстояний до оси вращения;
- 2) равная произведению массы материальной точки на квадрат ее расстояния до оси вращения;
- 3) равная векторному произведению радиуса вектора, проведенного из точки на оси вращения до точки приложения силы, на вектор силы;
- 4) равная произведению расстояния от оси вращения до частицы на импульс этой частицы.

**2.** Указать основной закон динамики вращательного движения

- 1)  $\vec{F} = m\vec{a}$ ; 2)  $\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$ ; 3)  $M = F\ell$ ; 4)  $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$ .

**3.** Указать закон сохранения момента импульса

- 1)  $\vec{L} = J\vec{\omega}$ ; 2)  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ ; 3)  $J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + J_3\vec{\omega}_3 + \dots + J_n\vec{\omega}_n = const$ ;

- 4)  $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \dots + m_n\vec{v}_n = const$ .

**4.** Указать формулу кинетической энергии вращения тела

1)  $\frac{J\omega^2}{2}$ ; 2)  $\frac{J\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$ ; 3)  $\frac{mv^2}{2}$ ; 4)  $\frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$ .

5. Указать единицу измерения момента импульса

1)  $\text{кг м}^2 \text{ с}^{-2}$ ; 2)  $\text{кг м}^2$ ; 3)  $\text{кг м}^2 / \text{с}$ ; 4)  $\text{кг м с}^{-1}$ .

6. Определить плечо силы F (рис. 1) относительно точки A.  $AC = BC = l$ .

1)  $l \sin 30^\circ$ ; 2)  $l \cos 30^\circ$ ; 3)  $l$ ; 4)  $l / \cos 30^\circ$ .

7. Определить момент силы тяжести шарика массой m относительно точки O (рис. 2).

1)  $m g l$ ; 2)  $m g l \sin \alpha$ ; 3)  $m g l \cos \alpha$ ; 4)  $m g l / \sin \alpha$

8. Маховик, момент инерции которого  $J = 40 \text{ кг м}^2$ , вращается под действием момента силы  $M = 20 \text{ Н м}$ . Чему равно угловое ускорение маховика?

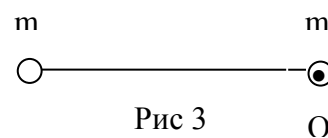
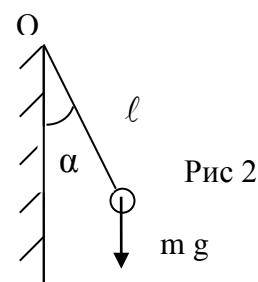
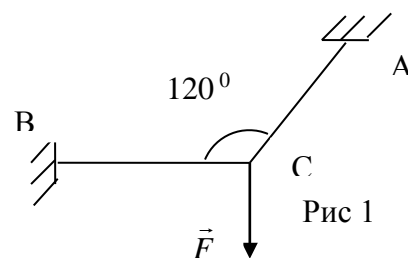
1)  $2 \text{ с}^{-2}$ ; 2)  $80 \text{ с}^{-2}$ ; 3) 0; 4)  $0,5 \text{ с}^{-2}$ .

9) На концах тонкого невесомого стержня длиной  $l$  прикреплены маленькие шарики массами  $m$  и  $m$  (рис. 3). Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку O.

1)  $m l^2$ ; 2) 0; 3)  $2 m l^2$ ; 4)  $m l^2 / 2$ .

10. Маховое колесо с моментом инерции  $100 \text{ кг м}^2$  вращается с угловой скоростью  $6 \text{ с}^{-1}$ . Определить момент импульса колеса.

1)  $1200 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 2)  $600 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 3)  $300 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 4)  $1800 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ .



## ТЕСТ №2

1. Момент силы, действующей на тело- это физическая величина,

1) равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадрат их расстояний до оси вращения;

2) равная произведению массы материальной точки на квадрат ее расстояния до оси вращения;

3) равная векторному произведению радиуса вектора, проведенного из точки на оси вращения до точки приложения силы, на вектор силы;

4) равная произведению расстояния от оси вращения до частицы на импульс этой частицы.

2. Указать формулу работы постоянного момента силы, действующего на вращающееся тело

1)  $A = F S$ ; 2)  $A = M \varphi$ ; 3)  $A = m g h$ ; 4)  $A = \frac{J \omega_2^2}{2} - \frac{J \omega_1^2}{2}$ .

3. Указать основное уравнение динамики вращательного движения

1)  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ ; 2)  $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$ ; 3)  $\vec{L} = const$ ; 4)  $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$ .

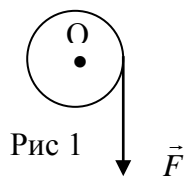
4. Замкнутая система – это механические системы для которых

1) векторная сумма внутренних сил равна нулю; 2) векторная сумма внешних сил равна нулю; 3) векторная сумма моментов внешних сил равна произведению момента инерции системы на угловое ускорение; 4) вектор момента внешних сил равен первой производной от момента импульса системы по времени

5. Указать единицу измерения момента инерции

1)  $\text{кг м}^2 \text{с}^{-2}$ ; 2)  $\text{кг м}^2$ ; 3)  $\text{кг м}^2/\text{с}$ ; 4)  $\text{кг м с}^{-1}$ .

6. Определить момент силы  $F$  относительно точки  $O$ , радиус колеса  $R$  (рис. 1).

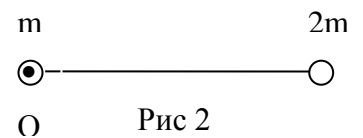


1) 0; 2)  $2 F R$ ; 3)  $F R$ ; 4)  $F R / 2$ .

7. На концах тонкого невесомого стержня длиной  $\ell$

прикреплены маленькие шарики массами  $m$  и  $2m$  (рис 2)..

Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку  $O$ .



1)  $2 m \ell^2$ ; 2) 0; 3)  $m \ell^2$ ; 4)  $3 m \ell^2$ .

8. Маховик, момент инерции которого  $40 \text{ кг м}^2$ , вращается с угловой скоростью  $5 \text{ с}^{-1}$ . Определить кинетическую энергию маховика.

1) 50 Дж; 2) 200 Дж; 3) 1000 Дж; 4) 500 Дж.

9. Указать теорему об изменении кинетической энергии вращения

1)  $A = \frac{J \nu_2^2}{2} - \frac{J \nu_1^2}{2}$ ; 2)  $A = \frac{J \omega_2^2}{2} - \frac{J \omega_1^2}{2}$ ; 3)  $A = M \varphi$ ; 4)  $A = N \omega$ .

10. Маховик, момент инерции которого  $40 \text{ кг м}^2$  вращается равномерно с угловой скоростью  $5 \text{ с}^{-1}$ . Определить момент импульса маховика.

1)  $500 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 2)  $200 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 3)  $50 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 4)  $1000 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ .

### ТЕСТ №3

1. Модуль момента импульса (момента количества движения) частицы тела это физическая величина

- 1) равная сумме произведений масс  $n$  материальных точек системы на квадрат их расстояний до оси вращения;
- 2) равная произведению массы материальной точки на квадрат ее расстояния до оси вращения;
- 3) равная векторному произведению радиуса вектора, проведенного из точки на оси вращения до точки приложения силы, на вектор силы;
- 4) равная произведению расстояния от оси вращения до частицы на импульс этой частицы.

2. Указать формулу кинетической энергии вращения тел

- 1)  $\frac{mv^2}{2}$ ; 2)  $J\varepsilon$ ; 3)  $\frac{J\omega^2}{2}$ ; 4)  $J\omega$ .

3. Указать формулу, определяющую момент силы

- 1)  $M = F\ell$ ; 2)  $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$ ; 3)  $\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$ ; 4)  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ .

4. Закон сохранения момента импульса системы (количества движения):

- 1) момент импульса замкнутой системы сохраняется; 2) момент импульса любой системы сохраняется; 3) момент импульса системы равен произведению момента инерции системы на угловую скорость; 4) момент импульса твердого тела относительно оси вращения остается постоянным.

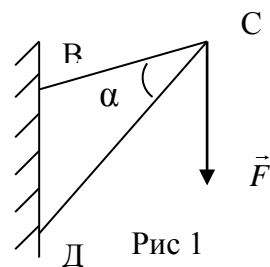
5. Указать единицу измерения импульса тела

- 1)  $\text{кг м}^2 \text{с}^{-2}$ ; 2)  $\text{кг м}^2$ ; 3)  $\text{кг м}^2/\text{с}$ ; 4)  $\text{кг м с}^{-1}$ .

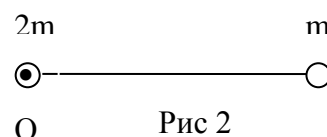
6. Определить момент силы  $F$  относительно точки В

(рис.1)  $BC = \ell$ .

- 1)  $F\ell$ ; 2)  $F\ell \cos \alpha$ ; 3)  $F\ell \sin \alpha$ ; 4)  $F\ell / \sin \alpha$ .



7. На концах тонкого невесомого стержня длиной  $\ell$  прикреплены маленькие шарики массами  $m$  и  $2m$  (рис. 2). Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку О.



- 1)  $m\ell^2$ ; 2)  $2m\ell^2$ ; 3) 0; 4)  $3m\ell^2$ .

8. Маховик, момент инерции которого  $40 \text{ кг м}^2$ , вращается равномерно с угловой скоростью  $4 \text{ с}^{-1}$ . Определить момент импульса маховика.

1)  $640 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 2)  $160 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 3)  $10 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ ; 4)  $320 \frac{\text{кг м}^2}{\text{с}}$ .

9. Определить момент инерции маховика, кинетическая энергия вращения которого равна 2 к Дж при скорости вращения  $10 \text{ с}^{-1}$ .

1)  $40 \text{ кг м}^2$ ; 2)  $20 \text{ кг м}^2$ ; 3)  $80 \text{ кг м}^2$ ; 4)  $200 \text{ кг м}^2$

10. Угловое ускорение колеса равно  $0,2 \text{ с}^{-2}$ . Определить тормозящий момент, если момент инерции колеса  $2 \text{ кг м}^2$ .

1)  $0,1 \text{ Н м}$ ; 2)  $10 \text{ Н м}$ ; 3)  $0,4 \text{ Н м}$ ; 4)  $4 \text{ Н м}$ .

#### ТЕСТ №4

1. Момент инерции системы (тела) относительно оси вращения – это физическая величина

1) равная сумме произведений масс  $n$  материальных точек системы на квадрат их расстояний до оси вращения;

2) равная произведению массы материальной точки на квадрат ее расстояния до оси вращения;

3) равная векторному произведению радиуса вектора, проведенного из точки на оси вращения до точки приложения силы, на вектор силы;

4) равная произведению расстояния от оси вращения до частицы на импульс этой частицы.

2. Указать формулу мгновенной мощности, развиваемой при вращении тела

1)  $M \omega$ ; 2)  $J \omega$ ; 3)  $M \varphi$ ; 4)  $\frac{J \omega^2}{2}$ .

3. Указать формулу для модуля момента силы

1)  $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$ ; 2)  $M = F r \sin \alpha$ ; 3)  $\vec{M} = J \vec{\varepsilon}$ ; 4)  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ .

4. Указать формулу момента инерции материальной точки

1)  $J = \sum_{i=1}^n$ ; 2)  $J = m r^2$ ; 3)  $J = \frac{M}{\varepsilon}$ ; 4)  $J = \frac{L}{\omega}$ .

5. Указать единицу измерения момента силы

1)  $\text{кг м}^2 \text{ с}^{-2}$ ; 2)  $\text{кг м}^2$ ; 3)  $\text{кг м}^2 / \text{с}$ ; 4)  $\text{кг м с}^{-1}$ .

6. Определить плечо силы относительно точки В.

$AC = BC = \ell$ . (рис. 1)

1)  $\ell \sin 30^\circ$ ; 2)  $\ell \cos 30^\circ$ ; 3)  $\ell$ ; 4)  $\ell / \cos 30^\circ$ .

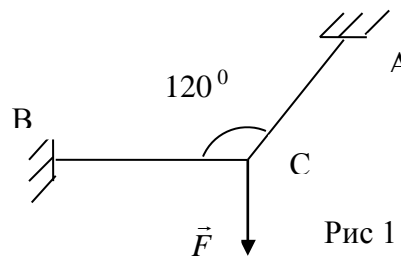


Рис 1

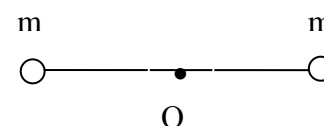
7. Определить момент импульса шарика массой  $m$  (шарик считать материальной точкой) вращающегося на нити длиной  $\ell$  в вертикальной плоскости с угловой скоростью  $\omega$ .

- 1)  $m \ell^2 \omega$ ; 2)  $m \ell \omega$ ; 3)  $m \ell^2 \omega^2$ ; 4) 0.

8. Кинетическая энергия маховика, момент инерции которого  $50 \text{ кг м}^2$ , равна 400 Дж. Определить угловую скорость вращения маховика

- 1)  $16 \text{ с}^{-1}$ ; 2)  $8 \text{ с}^{-1}$ ; 3)  $2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ; 4)  $4 \text{ с}^{-1}$ .

9. На концах тонкого невесомого стержня длиной  $\ell$  прикреплены маленькие шарики массами  $m$  и  $m$  (рис.



2). Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку O.

- 1)  $2 m \ell^2$ ; 2)  $m \ell^2 / 2$ ; 3)  $m \ell^2$ ; 4)  $m \ell^2 / 4$ .

10. Определить угловое ускорение маховика, если вращающий момент равен 50 Н м, а момент инерции  $100 \text{ кг м}^2$ .

- 1)  $0,5 \text{ с}^{-2}$ ; 2)  $2 \text{ с}^{-2}$ ; 3)  $4 \text{ с}^{-2}$ ; 4)  $0,25 \text{ с}^{-2}$ .

## 1. ТЕСТ №5

Момент импульса вращающегося тела относительно оси – это физическая величина

- 1) равная сумме произведений масс  $n$  материальных точек системы на квадрат их расстояний до оси вращения;
- 2) равная векторному произведению массы материальной точки на квадрат ее расстояния до оси вращения;
- 3) равная векторному произведению радиуса вектора, проведенного из точки на оси вращения до точки приложения силы, на вектор силы;
- 4) равная произведению расстояния от оси вращения до частицы на импульс этой частицы.

2. Указать выражение для теоремы Штейнера

- 1)  $m_i r_i^2$ ; 2)  $\frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$ ; 3)  $J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2$ ; 4)  $J = J_c + m a^2$ .

3. Указать формулу кинетической энергии тела, катящегося по горизонтальной поверхности

- 1)  $\frac{J \omega^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$ ; 2)  $\frac{m v^2}{2}$ ; 3)  $\frac{J \omega^2}{2}$ ; 4)  $J \omega$ .

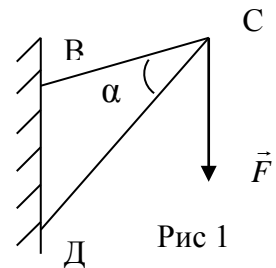
4. Указать закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

1)  $J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2 = const$ ; 2)  $\frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} = const$ ; 3)  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = const$ ;

4)  $E_k + E_n = const$ .

5. Указать единицей какой физической величины является Н·м.

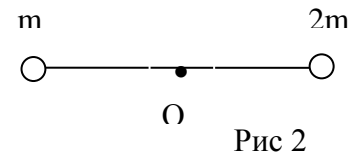
1) силы; 2) момента силы; 3) момента инерции; 4) момента импульса.



6. Определить момент силы F (рис. 1) относительно точки Д.  $BC = \ell$ .

1)  $F\ell$ ; 2)  $F\ell \sin \alpha$ ; 3)  $F\ell \cos \alpha$ ; 4)  $F\ell / \cos \alpha$ .

7. На концах тонкого невесомого стержня (рис. 2) длиной  $\ell$  прикреплены маленькие шарики массами  $m$  и  $2m$ . Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку О.



1)  $3m \ell^2 / 4$  2)  $m \ell^2 / 4$ ; 3)  $2m \ell^2 / 4$ ; 4)  $3m \ell^2$ .

8. Момент инерции вала, вращающегося с постоянной скоростью  $5 \text{ с}^{-1}$ , равен  $40 \text{ кг м}^2$ . Определить момент импульса этого вала.

1)  $1000 \text{ кг м}^2 / \text{с}$ ; 2)  $8 \text{ кг м}^2 / \text{с}$ ; 3)  $200 \text{ кг м}^2 / \text{с}$ ; 4)  $1,25 \text{ кг м}^2 / \text{с}$ .

9. Определить работу сил торможения за время, когда кинетическая энергия маховика уменьшилась на  $44,4 \text{ Дж}$ .

1)  $22,2 \text{ Дж}$ ; 2)  $88,8 \text{ Дж}$ ; 3)  $0 \text{ Дж}$ ; 4)  $44,4 \text{ Дж}$ .

10. Определить момент инерции маховика если под действием тормозящего момента  $\text{Нм}$  ускорение маховика  $9 \text{ с}^{-2}$ .

1)  $0,01 \text{ кг м}^2$ ; 2)  $81 \cdot 10^{-2} \text{ кг м}^2$ ; 3)  $4,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг м}^2$ ; 4)  $100 \text{ кг м}^2$ .

## ТЯГОТЕНИЕ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ.

**ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ:** между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$F$  — сила притяжения (сила всемирного тяготения);  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Нм}^2 / \text{кг}^2$  — гравитационная постоянная.

Силы тяготения всегда являются силами притяжения и направлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела.

На любое тело, расположенное вблизи поверхности Земли, действует сила тяготения  $\mathbf{F}$ , под влиянием которой и в соответствии со вторым законом Ньютона тело начнет двигаться с ускорением свободного падения  $\mathbf{g}$ . Т.о. на тело массой  $m$ , находящееся в системе отсчета, связанной с Землей действует сила

$$\mathbf{P} = m\mathbf{g},$$

называемая СИЛОЙ ТЯЖЕСТИ

$m$  — масса тела;  $\mathbf{g}$  — ускорение свободного падения.

**ВЕС** тела — сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору (или подвес), удерживающую тело от свободного падения.

Сила тяжести действует всегда, а вес проявляется только в том случае, когда на тело кроме силы тяжести действуют еще другие силы, вследствие чего тело движется с ускорением  $\mathbf{a}$ , отличным от  $\mathbf{g}$ .

**ОДНОРОДНОЕ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ** — поле тяготения, векторы напряженности которого во всех точках одинаковы.

**ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ** — поле тяготения, векторы напряженности которого во всех точках поля направлены вдоль прямых, которые пересекаются в одной точке, неподвижной по отношению к какой-либо инерциальной системе отсчета (рис. 5.1).



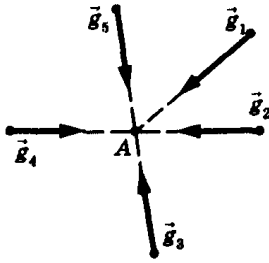


рис.5.1

**СИЛОВЫЕ ЛИНИИ** (линии напряженности) — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с вектором напряженности поля тяготения.

**ОБОБЩЕННЫЙ ЗАКОН ГАЛИЛЕЯ:** все тела в одном и том же поле тяготения падают с одинаковым ускорением.

**НЕВЕСОМОСТЬ** — состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.

**НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ** — физическая величина, определяемая силой, действующей со стороны поля на материальную точку единичной массы, и совпадающая по направлению с действующей силой.

Напряженность — силовая характеристика поля тяготения.  $g = \frac{\vec{F}}{m}$

**РАБОТА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ** равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком.

$$A = -G \frac{mM}{R^2} dR$$

**РАБОТА ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ ТЕЛА В ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ** с расстояния  $R_1$  до  $R_2$  не зависит от траектории перемещения, а определяется лишь начальным и конечным положениями тела, т. е. силы тяготения консервативны, а поле тяготения потенциально.

$$A = -\int_{R_1}^{R_2} G \frac{mM}{R^2} dR = m \left( \frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1} \right)$$

**РАБОТА, СОВЕРШАЕМАЯ КОНСЕРВАТИВНЫМИ СИЛАМИ,** равна изменению потенциальной энергии системы, взятому со знаком минус.

$$A = -\Delta E_i = -(E_{i2} - E_{i1}) = E_{i1} - E_{i2}$$

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО  
 ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК массами  $m_1$  и  $m_2$ ,  
 находящихся на расстоянии  $R$  друг от друга.

$$E_n = -G \frac{mM}{R}$$

ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ — скалярная величина, определяемая потенциальной энергией тела единичной массы в данной точке поля.

$$\varphi = \frac{E_i}{m}$$

Потенциал — энергетическая характеристика поля тяготения.

ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ, создаваемого телом массой  $M$

$$\varphi = -G \frac{M}{R}$$

$R$  — расстояние от этого тела до рассматриваемой точки.

ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ — поверхности, для которых потенциал постоянен.

Из предыдущей формулы вытекает, что геометрическое место точек с одинаковым потенциалом образует сферическую поверхность ( $R = \text{const}$ ).

ФОРМУЛА, СВЯЗЫВАЮЩАЯ НАПРЯЖЕННОСТЬ И ПОТЕНЦИАЛ  
 ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ

$$\vec{g} = -\text{grad}\varphi$$

$$\text{grad}\varphi = \frac{d\varphi}{dx} \vec{i} + \frac{d\varphi}{dy} \vec{j} + \frac{d\varphi}{dz} \vec{k} - \text{градиент скаляра } \varphi.$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - единичные векторы координатных осей,  $\varphi$  — потенциал поля тяготения. Знак минус указывает, что вектор напряженности  $\vec{g}$  направлен в сторону убывания потенциала.

ПЕРВАЯ КОСМИЧЕСКАЯ (или КРУГОВАЯ) СКОРОСТЬ — минимальная скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вокруг Земли по круговой орбите, т. е. превратиться в искусственный спутник Земли

$$v_1 = \sqrt{gR_0} = 7,9 \hat{e}_t / \hat{n}$$

$R_0$  – радиус Земли.

**ВТОРАЯ КОСМИЧЕСКАЯ (или ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ) СКОРОСТЬ** — наименьшая скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть притяжение Земли и превратиться в спутник Солнца, т. е. чтобы его орбита в поле тяготения Земли стала параболической.

$$v_2 = \sqrt{2gR_0} = 11,2 \text{ км/с}$$

**ТРЕТЬЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ** - скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно покинуло пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солнца.

$$v_3 = 16,7 \text{ км/с}$$

**НЕИНЕРЦИАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОТСЧЕТА**— система отсчета, движущаяся относительно инерциальной системы с ускорением.

**СИЛЫ ИНЕРЦИИ** — силы, обусловленные ускоренным движением системы отсчета относительно измеряемой системы.

Если учесть силы инерции, то второй закон Ньютона справедлив для любой системы отсчета: произведение массы тела на ускорение в рассматриваемой системе отсчета равно сумме всех сил, действующих на данное тело (включая и силы инерции).

Силы инерции  $\mathbf{F}_{ин}$  при этом должны быть такими, чтобы вместе с силами  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ , обусловленными воздействием тел друг на друга, они сообщали телу ускорение  $\mathbf{a}'$ , каким оно обладает в неинерциальных системах отсчета

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{ин}, \text{ или } m\mathbf{a}' = m\mathbf{a} + \mathbf{F}_{ин}$$

$\mathbf{a}$  — ускорение тела в инерциальной системе отсчета.

Силы инерции обусловлены ускоренным движением системы отсчета относительно измеряемой системы, поэтому в общем случае нужно учитывать следующие случаи проявления сил инерции:

- 1) силы инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета;
- 2) силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета;

3) силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета.

СИЛЫ ИНЕРЦИИ

$$\vec{F}_{\text{и}} = \vec{F}_{\text{ц}} + \vec{F}_{\text{о}} + \vec{F}_{\text{к}}$$

( $\mathbf{F}_{\text{и}}$  — силы инерции, проявляющиеся при поступательном движении системы отсчета с ускорением  $\mathbf{a}_0$ ;  $\mathbf{F}_{\text{ц}}$  — центробежные силы инерции (силы инерции, действующие во вращающейся системе отсчета на тела, удаленные от оси вращения на конечное расстояние  $R$ ):  $F_{\text{о}} = -m\omega^2 R$ ;  $\mathbf{F}_{\text{к}}$  — сила Кориолиса).

СИЛА КОРИОЛИСА — сила инерции, действующая на тело, движущееся со скоростью  $v'$  во вращающейся системе отсчета.

$$\vec{F}_{\text{к}} = 2m[\vec{v}' \vec{\omega}]$$

ОСНОВНОЙ ЗАКОН ДИНАМИКИ ДЛЯ НЕИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОТСЧЕТА:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ц}} + \vec{F}_{\text{о}} + \vec{F}_{\text{к}}$$

( $\mathbf{F}$  — силы, обусловленные воздействием тел друг на друга,  $\mathbf{a}$  — ускорение тела в неинерциальной системе отсчета).

Силы инерции вызываются не взаимодействием тел, а ускоренным движением системы отсчета.

ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ГРАВИТАЦИОННЫХ СИЛ И СИЛ ИНЕРЦИИ (ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ЭЙНШТЕЙНА): все физические явления в поле тяготения происходят совершенно так же, как и в соответствующем поле сил инерции, если напряженности полей в соответствующих точках пространства совпадают, а прочие начальные условия для рассматриваемых тел одинаковы.

Этот принцип является основой общей теории относительности.

## МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ

К жидкостям относятся вещества, которые по своим свойствам занимают промежуточное положение между газами и твердыми телами.

Жидкости и газы текучи, т.е. в них не возникают силы упругости при деформации сдвига (при изменении формы). Силы упругости возникают здесь лишь при изменении объема (деформация сжатия) – это силы давления.

**НЕСЖИМАЕМАЯ ЖИДКОСТЬ** — жидкость, плотность которой всюду одинакова и не изменяется со временем.

**ДАВЛЕНИЕ** жидкости — физическая величина, равная отношению нормальной силы, действующей со стороны жидкости на единицу площади

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

Единица давления — паскаль (Па) — давление, создаваемое силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м<sup>2</sup>.

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2.$$

**ЗАКОН ПАСКАЛЯ:** давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково передается по всему объему, занятому покоящейся жидкостью.

На поверхность любого твердого тела, погруженного в жидкость или газ, со всех сторон действуют силы давления. Так как давление увеличивается с глубиной погружения, то сила давления, действующая на нижнюю поверхность тела, больше сил, действующих на верхнюю часть тела. Т.о., на тело, погруженное в жидкость или газ, действуют силы давления, равнодействующая которых всегда направлена вертикально вверх и выталкивает тело из жидкости (газа) – выталкивающая сила.

**ЗАКОН АРХИМЕДА:** на тело, погруженное в жидкость, действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости:

$$F_A = \rho g V$$

( $\rho$  — плотность жидкости,  $V$  — объем погруженной в жидкость части тела).

ДАВЛЕНИЕ СТОЛБА ЖИДКОСТИ на глубине  $h$

$$P = P_0 + \rho gh$$

( $P_0$  — давление на свободной поверхности,  $\rho$  — плотность жидкости).

Гидравлическая машина дает выигрыш в силе во столько раз, во сколько площадь ее большего поршня превосходит площадь меньшего поршня

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

( $S_1$  и  $S_2$ ,  $F_1$  и  $F_2$  — соответственно площади поперечного сечения поршней и приложенные к ним силы),

ТЕЧЕНИЕ — движение жидкости.

ПОТОК — совокупность частиц движущейся жидкости.

ЛИНИЯ ТОКА — линия, в каждой точке которой касательная к ней совпадает по направлению с вектором скорости жидкости в данный момент времени (рис.6.1).

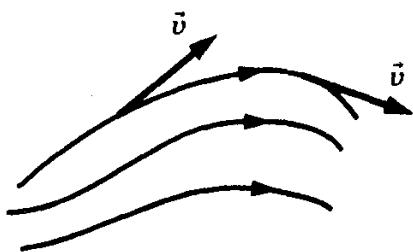


рис.6.1

Линии тока проводят так, чтобы густота их, характеризуемая отношением числа линий к площади перпендикулярной им площадки, через которую они проходят, была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее,

ТРУБКА ТОКА — часть жидкости, ограниченная линиями тока.

УСТАНОВИВШЕЕСЯ (СТАЦИОНАРНОЕ) ТЕЧЕНИЕ — течение жидкости, при котором форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ ДЛЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ: произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное

сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока (рис.6.2)

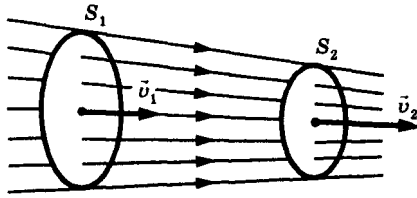


рис.6.2

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \text{или} \quad Sv = const$$

( $S$  — площадь поперечного сечения трубки тока;  $v$  — скорость жидкости).

**ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ** — давление, обусловленное силой тяжести и зависящее от глубины под поверхностью жидкости

$$P = \rho gh$$

( $\rho$  — плотность жидкости,  $h$  — глубина столба жидкости).

**ЗАКОН (ПРИНЦИП) БЕРНУЛЛИ:** давление жидкости, текущей в трубе, больше в тех частях трубы, где скорость ее движения меньше, и, наоборот, в тех частях, где скорость больше, давление меньше.

**УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ** — выражение закона сохранения механической энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + P = const -$$

для стационарного потока идеальной жидкости (отсутствует трение и вязкость) полное давление жидкости, равное сумме статического, гидростатического и динамического давлений, есть величина постоянная.

( $P$  — статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока;  $v$  — скорость жидкости для этого же сечения;  $\frac{\rho v^2}{2}$  — динамическое давление жидкости для этого же сечения;  $h$  — высота, на которой расположено сечение;  $\rho gh$  — гидростатическое давление).

**ПОЛНОЕ ДАВЛЕНИЕ ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБКИ ТОКА ( $h_1 = h_2$ ).**

$$\frac{\rho v^2}{2} + P = const$$

ФОРМУЛА ТОРРИЧЕЛЛИ, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде  $v = \sqrt{2gh}$  ( $h$  — глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде).

ВЯЗКОСТЬ (ВНУТРЕННЕЕ ТРЕНИЕ) — свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой.

СИЛА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ МЕЖДУ СЛОЯМИ ТЕКУЩЕЙ ЖИДКОСТИ (ЗАКОН НЬЮТОНА)

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S$$

( $\eta$  — динамическая вязкость жидкости (коэффициент внутреннего трения, зависящий от состояния и молекулярных свойств жидкости или газа),  $S$  — площадь соприкасающихся слоев;  $\frac{\Delta v}{\Delta x}$  — градиент скорости, величина, показывающая, как быстро изменяется скорость при переходе от слоя к слою в направлении  $X$ , перпендикулярном направлению движения слоев).

Единица вязкости — паскаль-секунда (Па·с) — динамическая вязкость среды, в которой при ламинарном течении и градиенте скорости с модулем, равным 1 м/с на 1 м, возникает сила внутреннего трения 1 Н на 1м<sup>2</sup> поверхности касания слоев.

$$1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2.$$

ЛАМИНАРНОЕ (СЛОИСТОЕ) ТЕЧЕНИЕ — течение жидкости (газа), при котором вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними.

ТУРБУЛЕНТНОЕ (ВИХРЕВОЕ) ТЕЧЕНИЕ — течение жидкости (газа), при котором вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).



Характер течения жидкости по трубе зависит от свойств жидкости, скорости ее течения, размеров трубы и определяется ЧИСЛОМ РЕЙНОЛЬДСА:

$$R_e = \frac{\rho_a v_{\text{ср}} D}{\eta} = \frac{v_{\text{ср}} d}{\nu}$$

(где  $\rho_a$  - плотность жидкости,  $D$ - характерный линейный размер, например диаметр трубы,  $v_{\text{ср}}$ - средняя по сечению трубы скорость жидкости,  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  - кинематическая вязкость)

При малых значениях числа Рейнольдса ( $R_e \leq 1000$ ) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области  $1000 \leq R_e \leq 2000$ , а при  $R_e = 2300$  для гладких цилиндрических труб течение турбулентное.

**ФОРМУЛА СТОКСА** (позволяет определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик)

Закон Стокса определяет зависимость силы сопротивления сферического тела при движении его в сосуде с жидкостью от перечисленных выше факторов:

$$F_{\text{ср}} = 6\pi\eta r v$$

$r$ - радиус шарика,  $v$  - скорость его движения,  $\eta$  - коэффициент вязкости.

Эта формула справедлива для движения шарика не только в жидкости, но и в газе.

**ФОРМУЛА ПУАЗЕЙЛЯ** позволяет определить объем жидкости  $V$ , протекающей через горизонтальную трубу радиуса  $R$  за  $t$  с:

$$V = \pi \frac{P_1 - P_2}{2l\eta} \int_0^R (R^2 - r^2) r dr = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{P_1 - P_2}{l}$$

( $\eta$  — коэффициент вязкости,  $P_1 - P_2$  — разность давлений, поддерживаемая на торцах трубы длиной  $l$ ).

**ЛОБОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ**

$$R_x = C_x \frac{\rho v^2}{2} S$$

( $C_x$  — безразмерный коэффициент сопротивления,  $\rho$  — плотность среды,  $v$  — скорость движения тела,  $S$  — площадь наибольшего поперечного сечения тела).

ПОДЪЕМНАЯ СИЛА 
$$R_y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S$$

( $C_y$  — безразмерный коэффициент подъемной силы).

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### Задача 1.

В сосуд льется вода, причем за единицу времени наливается объем воды  $V_t = 0,2$  л/с. Каким должен быть диаметр  $d$  отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне  $h = 8,3$  см?

**Дано:**  $V_t = 0,2$  л/с =  $0,2 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/с,  $h = 8,3$  см =  $8,3 \cdot 10^{-2}$  м

**Найти:**  $d$  - ?

**Решение:** Обозначим:  $S_1$  - площадь поперечного сечения сосуда и  $v_1$  - скорость течения воды в нем (скорость понижения уровня воды в сосуде),  $S_2$  - площадь поперечного сечения отверстия и  $v_2$  — скорость вытекания воды из отверстия.

За время  $t$  из бака выльется объем воды  $V_t$ .

Из уравнения Бернулли, записанного для верхнего сечения жидкости  $S_1$  на высоте  $h$  и сечения жидкости  $S_2$  на высоте  $h = 0$

$$P + \rho gh = P + \frac{\rho g_0^2}{2}$$

Откуда скорость истечения  $g_0 = \sqrt{2gh}$

Объем воды, вытекший за время  $t$  через отверстие площадью  $S_2$

$$V = S_2 g_0 t$$

Учитывая, что  $S_2 = \frac{\pi d^2}{4}$ , тогда  $V_t = \frac{V}{t} = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gh}$

Откуда диаметр отверстия  $d = 2 \sqrt{\frac{V_t}{\pi \sqrt{2gh}}} = 2 \sqrt{\frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{3,14 \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 8,3 \cdot 10^{-2}}}} = 1,41 \cdot 10^{-2}$  м

Ответ:  $d = 1,41 \cdot 10^{-2}$  м

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**3.1** Найти скорость  $v$  течения углекислого газа по трубе, если известно, что за время  $t = 30$  мин через поперечное сечение трубы протекает масса газа  $m = 0,51$  кг. Плотность газа  $\rho = 7,5$  кг/м<sup>3</sup>. Диаметр трубы  $D = 2$  см.

**3.2** В дне цилиндрического сосуда диаметром  $D = 0,5$  м имеется круглое отверстие диаметром  $d = 1$  см. Найти зависимость скорости понижения уровня воды в сосуде от высоты  $h$  этого уровня. Найти значение этой скорости для высоты  $h = 0,2$  м.

**3.3** На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии  $h_1$ , от дна сосуда и на расстоянии  $h_2$  от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии  $l$  от сосуда (по горизонтали) струя воды падает на стол в случае, если: а)  $h_1 = 25$  см,  $h_2 = 16$  см; б)  $h_1 = 16$  см,  $h_2 = 25$  см?

**3.4** Сосуд, наполненный водой, сообщается с атмосферой через стеклянную трубку, закрепленную в горлышке сосуда. Кран  $K$  находится на расстоянии  $h_2 = 2$  см от дна сосуда. Найти скорость  $v$  вытекания воды из крана в случае, если расстояние между нижним концом трубки и дном сосуда: а)  $h_1 = 2$  см; б)  $h_1 = 7,5$  см; в)  $h_1 = 10$  см.

**3.5** В сосуд льется вода, причем за единицу времени наливается объем воды  $V_1 = 0,2$  л/с. Каким должен быть диаметр  $d$  отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне  $h = 8,3$  см?

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

ПОСТУЛАТЫ ЭЙНШТЕЙНА, лежащие в основе специальной теории относительности.

**Принцип относительности:** никакие опыты (механические, электрические, оптические), проведенные внутри данной инерциальной системы отсчета, не дают возможности обнаружить, покоится ли эта система или движется равномерно и прямолинейно; все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой.

**Принцип инвариантности скорости света:** скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета.

### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА.

Предполагается, что система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $\vec{v}$  в положительном направлении оси  $x$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $x'$  и  $x$  совпадают, а оси  $y'$  и  $y$  и  $z'$  и  $z$  параллельны;  $c$  - скорость распространения света в вакууме.

$$\begin{array}{ll} K \rightarrow K' & K' \rightarrow K \\ x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & x = \frac{x' + vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ y' = y, & y = y', \\ z' = z, & z = z', \\ t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; & t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \end{array} \quad \beta = v/c$$

**ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ОДНОВРЕМЕННОСТИ:** если события в системе  $K$  происходят в одной точке ( $x_1 = x_2$ ) и являются одновременными ( $t_1 = t_2$ ), то эти события являются одновременными ( $t'_1 = t'_2$ ) и пространственно совпадающими ( $x'_1 = x'_2$ ) для любой инерциальной системы отсчета. Если события в системе  $K$  пространственно разобщены ( $x_1 \neq x_2$ ), но одновременны ( $t_1 = t_2$ ), то в системе  $K'$  эти события, оставаясь пространственно разобщенными ( $x'_1 \neq x'_2$ ), оказываются и неодновременными ( $t'_1 \neq t'_2$ ).

## РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ЗАМЕДЛЕНИЕ ХОДА ЧАСОВ

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

( $\tau = t_2 - t_1$  — промежуток времени между двумя событиями, отсчитанный движущимися вместе с телом часами;  $\tau' = t'_2 - t'_1$  — промежуток времени между теми же событиями, отсчитанный по покоящимся часам).

$\tau < \tau'$ , т.е. длительность события, происходящего в некоторой точке, наименьшая в той инерциальной системе отсчета, относительно которой эта точка неподвижна. Часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета, идут медленнее покоящихся часов, т.е. ход часов замедляется в системе отсчета, относительно которой часы движутся.

## РЕЛЯТИВИСТСКОЕ (ЛОРЕНЦЕВО) СОКРАЩЕНИЕ ДЛИНЫ

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

( $l_0$  — длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой стержень покоится (собственная длина);  $l$  — длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью  $v$ ).

Линейный размер тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, уменьшается в направлении движения в  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  раз, т.е. лоренцево сокращение длины тем больше, чем больше скорость движения.

Поперечные размеры тела не зависят от скорости его движения и одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.

## РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЗАКОН СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

$$u_2 = \frac{u_1 + v}{1 + u_1 v / c^2}$$

( $u_1$  — скорость тела относительно  $K'$  (рис.7.1),  $u_2$  — скорость того же тела относительно  $K$ . Предполагается, что система отсчета  $K'$  движется со

скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $x$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $x'$  и  $x$  совпадают, оси  $y'$  и  $y$ ,  $z'$  и  $z$  параллельны].

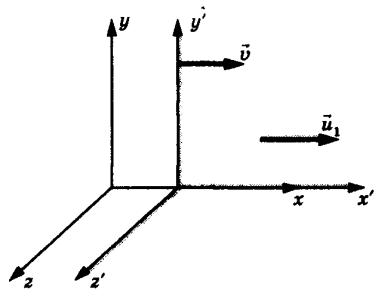


рис.7.1

### КЛАССИЧЕСКИЙ ЗАКОН СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ.

При  $u_1 = c$  скорость  $u_2 = c$ , что полностью согласуется со вторым постулатом

Эйнштейна.

$$u_2 = u_1 + v \quad (v \ll c \text{ и } u_1 \ll c).$$

ИНТЕРВАЛ МЕЖДУ СОБЫТИЯМИ (инвариантная величина)

$$S_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = inv$$

( $t_{12}$  — промежуток времени между событиями 1 и 2;  $l_{12}$  — расстояние между точками, где произошли события).

МАССА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

( $m_0$  — масса покоя).

Масса релятивистской частицы  $m$  заметно отличается от массы покоя  $m_0$  только при скоростях  $v = c$  (рис. 7.2). При  $v < 0,15c$  масса  $m$  больше  $m_0$  менее чем на 1%.

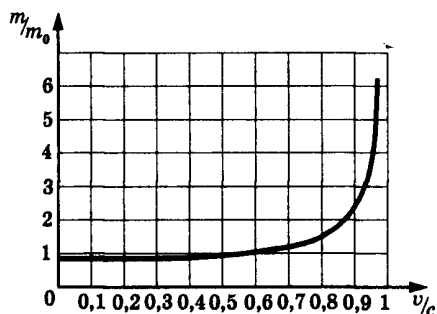


рис.7.2

## РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ИМПУЛЬС

$$\vec{P} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

## ОСНОВНОЙ ЗАКОН РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДИНАМИКИ

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)$$

(P — релятивистский импульс частицы).

**ЗАКОН ВЗАИМОСВЯЗИ МАССЫ И ЭНЕРГИИ (ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЙ ЗАКОН ПРИРОДЫ):** полная энергия системы равна произведению ее массы на квадрат скорости света в вакууме.

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

В полную энергию не входит потенциальная энергия тела во внешнем силовом поле.

$$E = m_0c^2 + E_k$$

## ЭНЕРГИЯ ПОКОЯ

$$E_0 = m_0c^2$$

Классическая механика энергию покоя  $E_0$  не учитывает, считая, что при  $v = 0$  энергия покоящегося тела равна нулю.

В силу однородности времени в релятивистской механике выполняется **закон сохранения энергии**: полная энергия замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

Формула, выражающая связь между энергией и импульсом релятивистской частицы.

$$E^2 = m^2c^4 = m_0^2c^4 + p^2c^2.$$

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### ЗАДАЧА 1

Определить импульс и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью  $0,7c$  (где  $c$  - скорость света в вакууме).

**Дано:**  $m_{0e}=9,1 \cdot 10^{-31}$  кг;  $v=0,7c$ ;  $c=3 \cdot 10^8$  м/с.

**Найти:**  $P$ - ?;  $E_k$ - ?

**Решение:** Импульсом частицы называется произведение массы частицы на скорость ее движения:  $P = m\nu$ . (1)

Так как скорость электрона близка к скорости света, то необходимо учесть зависимость массы от скорости, определяемую по формуле:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}, \quad (2)$$

где  $m$  - масса движущейся частицы,  $m_0$  - масса покоящейся частицы. Подставляя (2) в (1) получим:

$$P = \frac{m_0 \nu}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}} = \frac{m_0 c \beta}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}. \quad (3)$$

Учтя, что  $\beta = \frac{\nu}{c} = 0,7$ , Сделаем подстановку числовых значений, входящих

в формулу (3):  $P = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{0,7}{\sqrt{1 - 0,49}} = 2,676 \cdot 10^{-22}$  кгм/с.

Кинетическая энергия  $T$  в релятивистской механике определяется как разность между полной энергией частицы  $E = mc^2$  и ее энергией покоя  $E_0 = m_0 c^2$ , т.е. с учетом (2):

$$E_k = E - E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right). \quad (4)$$

Найдем численное значение  $E_k$ , подставив числовые данные в формулу (4):

$$E_k = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0,49}} - 1 \right) = 81,9 \cdot 10^{-15} \cdot 0,4 = 3,28 \cdot 10^{-14} \text{ Дж.}$$

**Ответ:**  $P = 2,676 \cdot 10^{-22}$  кгм/с;  $E_k = 3,28 \cdot 10^{-14}$  Дж.



## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

- 4.1** При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?
- 4.2** Какую скорость  $v$  должно иметь движущееся тело, чтобы его предельные размеры уменьшились в 2 раза?
- 4.3** Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95% скорости света. Какой промежуток времени  $\Delta t$  по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?
- 4.4** При какой скорости  $v$  масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя?
- 4.5** Найти скорость  $v$  мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### 1. Некоторые математические формулы

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \pm \sin\alpha \sin\beta$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{tg} x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int \cos x dx = \sin x$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^n}\right) = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} (n \neq -1)$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} a^{-2}$$

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x^n e^{-x} dx = n!$$

### 2. Десятичные приставки к названиям единиц

Т - тера ( $10^{12}$ )

д - деци ( $10^{-1}$ )

н - нано ( $10^{-9}$ )

Г - гига ( $10^9$ )

с - санти ( $10^{-2}$ )

п - пико ( $10^{-12}$ )

М - мега ( $10^6$ )

м - милли ( $10^{-3}$ )

ф - фемто ( $10^{-15}$ )

к - кило ( $10^3$ )

мк - микро ( $10^{-6}$ )

а - атто ( $10^{-18}$ )

### 3. Некоторые внесистемные величины

1 сут = 86400 с	1'' = 4,85·10 <sup>-6</sup> рад
1 год = 365,25 сут = 3,16·10 <sup>7</sup> с	1 мм рт. ст. = 133,3 Па
1 <sup>0</sup> = 1,75·10 <sup>-2</sup> рад	1 эВ = 1,6·10 <sup>-19</sup> Дж
1' = 2,91·10 <sup>-4</sup> рад	

### 4. Некоторые астрономические величины

Радиус Земли	6,37·10 <sup>6</sup> м
Масса Земли	5,98·10 <sup>24</sup> кг
Радиус Солнца	6,95·10 <sup>8</sup> м
Масса Солнца	1,98·10 <sup>30</sup> кг
Радиус Луны	1,74·10 <sup>6</sup> м
Масса Луны	7,33·10 <sup>22</sup> кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	1,49·10 <sup>11</sup> м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	8,84·10 <sup>8</sup> м

### 5. Основные физические постоянные

Скорость света в вакууме	c = 3,00·10 <sup>8</sup> м/с
Нормальное ускорение свободного падения	g = 9,81 м/с <sup>2</sup>
Гравитационная постоянная	G = 6,67·10 <sup>-11</sup> м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> )
Постоянная Авогадро	N <sub>A</sub> = 6,02·10 <sup>23</sup> моль <sup>-1</sup>
Молярная газовая постоянная	R = 8,31 Дж/(К·моль)
Постоянная Больцмана	k = 1,38·10 <sup>-23</sup> Дж/К
Элементарный заряд	e = 1,60·10 <sup>-19</sup> Кл
Масса покоя электрона	m <sub>e</sub> = 9,11·10 <sup>-31</sup> кг
Масса покоя протона	m <sub>p</sub> = 1,672·10 <sup>-27</sup> кг
Масса покоя нейтрона	m <sub>n</sub> = 1,675·10 <sup>-27</sup> кг
Удельный заряд электрона	e/m <sub>e</sub> = 1,76·10 <sup>11</sup> Кл/кг
Постоянная Стефана-Больцмана	σ = 5,67·10 <sup>-8</sup> Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )
Постоянная Вина	b = 2,90·10 <sup>-3</sup> м·К
Постоянная Планка	h = 6,63·10 <sup>-34</sup> Дж·с
Постоянная Ридберга	R = 3,29·10 <sup>15</sup> с <sup>-1</sup>

Первый боровский радиус	$R' = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Комптоновская длина волны электрона	$a_0 = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Магнетон Бора	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6066 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса изотопа ${}^1_1\text{H}$	$m_H = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

### 6. Свойства некоторых твердых тел

Вещество	Плотность $10^3 \text{ кг/м}^3$	Температура плавления $^{\circ}\text{C}$	Удельная теплоемкость $\text{Дж/кг}\cdot\text{K}$	Удельная теплота плавления $10^6 \text{ Дж/кг}$	Температурный коэффициент линейного расширения $10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Алюминий	2,6	659	896	3,22	2,3
Железо	7,9	1530	500	2,72	1,2
Латунь	8,4	900	386	-	1,9
Лед	0,9	0	2100	3,35	-
Медь	8,6	1100	395	1,76	1,6
Олово	7,2	232	230	0,586	2,7
Платина	21,4	1770	117	1,13	0,89
Пробка	0,2	-	2050	-	-
Свинец	11,3	327	126	0,226	2,9
Серебро	10,5	960	234	0,88	1,9
Сталь	7,7	1300	460	-	1,06
цинк	7,0	420	391	1,17	2,9

### 7. Свойства некоторых жидкостей

Жидкость	Плотность $10^3 \text{ кг/м}^3$	Удельная теплоемкость при $20^{\circ}\text{C}$ $\text{Дж/кг}\cdot\text{K}$	Коэффициент поверхностного натяжения при $20^{\circ}\text{C}$ $\text{Н/м}$
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
спирт	0,79	2510	0,02

### 8. Плотность газов (при нормальных условиях), кг/м<sup>3</sup>

Азот - 1,25      Аргон - 1,78      Водород - 0,09  
Воздух - 1,29      Гелий - 0,18      Кислород - 1,43

### 8. Плотность $\rho$ , модуль упругости (модуль Юнга) $E$ , коэффициент линейного расширения (среднее значение) $\alpha$ некоторых твердых тел

Твердое тело	$\rho \cdot 10^3$ , кг/м <sup>3</sup>	$E \cdot 10^{-10}$ , Па	$\alpha \cdot 10^{-6}$ , К <sup>-1</sup>
Алюминий	2,7	7,0	24
Вольфрам	19,75	41,1	4,3
Железо (сталь)	7,85	22,0	11,9
Константан	8,9	21,0	17,0
Лед	0,92	0,28	
Медь	8,8	12,98	16,7
Никель	8,8	20,4	13,4
Нихром	8,4	-	-
Фарфор	2,3	-	3

### 8. Удельное сопротивление $\rho \cdot 10^{-8}$ , Ом · м

Вольфрам - 5,5      Железо - 9,8      Никелин - 40,0  
Нихром - 110,0      Медь - 1,7      Серебро - 1,6

### 9. Диэлектрическая проницаемость (относительная) вещества

Вода - 81,0; Парафин - 2,0; Слюда - 6,0; Трансформаторное масло - 2,2.

### 10. Эффективный диаметр молекулы газов $d \cdot 10^{-10}$ , м

Азот - 3,1      Аргон - 3,6      Воздух - 3,0  
Водород - 2,3      Гелий - 1,9      Кислород - 2,9

### 11. Показатель преломления

Алмаз - 2,42      Кварц - 1,55  
Каменная соль - 1,54      Стекло - 1,52  
Скипидар - 1,48      Глицерин - 1,47  
Вода - 1,33      Сероуглерод - 1,63

### 12. Масса $m_0$ и энергия $E_0$ покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частицы	$m_0$		$E_0$	
	а.е.м.	$10^{-27}$ , кг	МэВ	$10^{10}$ , Дж
Электрон	$5,486 \cdot 10^{-4}$	0,00091	0,511	0,00081
Протон	1,00728	1,6724	938,23	1,50
Нейтрон	1,00867	1,6748	939,53	1,51
Дейтрон	2,01355	3,3325	1876,5	3,00
$\alpha$ -частица	4,0015	6,6444	3726,2	5,96

### 13. Работа выходов электрона из металла, эВ

Алюминий -3,7	Вольфрам -4,5	Литий -2,3
Платина - 6,3	Цезий - 1,8	Цинк - 4,0
	Медь - 4,4	

### 14. Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

$^{45}_{20}\text{Ca}$ - 164 суток	$^{235}_{92}\text{U}$ - $7,1 \cdot 10^8$ лет
$^{90}_{38}\text{Sr}$ - 27 лет	$^{238}_{92}\text{U}$ - $4,5 \cdot 10^9$ лет
$^{210}_{84}\text{Po}$ - 138 суток	$^{226}_{88}\text{Ra}$ - 1590 лет
$^{222}_{86}\text{Rn}$ - 3,82 суток	

### 15. Элементы периодической системы и массы нейтральных атомов, а.е.м.

Элемент системы	Изотоп	Масса	Элемент системы	Изотоп	Масса		
Водород	-		Алюминий	$^{27}_{12}\text{Al}$	26,98135		
	$^1_1\text{H}$	1,00783		Кремний	$^{26}_{14}\text{Si}$	26,81535	
	$^2_1\text{H}$	2,01410			Фосфор	$^{33}_{15}\text{P}$	32,97174
	$^3_1\text{H}$	3,01605				Сера	$^{33}_{16}\text{S}$
Гелий	-		Железо		$^{56}_{26}\text{Fe}$		55,94700
	$^3_2\text{He}$	3,01605		Медь	$^{64}_{29}\text{Cu}$	63,5400	
Литий	$^4_2\text{He}$	4,00260	Вольфрам		$^{184}_{74}\text{W}$	183,8500	
	$^7_3\text{Li}$	7,01601		Радий	$^{226}_{88}\text{Ra}$	226,02536	
Бериллий	$^7_4\text{Be}$	7,01169	Серебро		$^{108}_{47}\text{Ag}$	107,868	
	$^{24}_{12}\text{Mg}$	23,98504		Торий	$^{232}_{90}\text{Th}$	232,038	
Магний	$^{27}_{12}\text{Mg}$	26,98436					

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение.....</b>	<b>3</b>
<b>1. Механика и ее структура.....</b>	<b>13</b>
1.1 Элементы кинематики.....	14
1.2 Свободное падение тел .....	21
1.3 Вращательное движение твердого тела.....	23
1.4 Контрольные вопросы, задачи для самостоятельного решения, тесты .....	26
<b>2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела .....</b>	<b>39</b>
2.1 Законы Ньютона. Импульс. Закон сохранения импульса .....	39
2.2 Силы в механике. Деформации твердого тела .....	42
2.3 Энергия, работа, мощность. Закон сохранения механической энергии ....	46
2.4 Абсолютно упругий и неупругий удары.....	51
2.5 Контрольные вопросы, задачи для самостоятельного решения, тесты .....	53
<b>3. Механика твердого тела.....</b>	<b>65</b>
3.1 Момент инерции. Теорема Штейнера. Кинетическая энергия вращения.....	65
3.2 Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела .....	66
3.3 Момент импульс и закон его сохранения .....	67
3.4 Контрольные вопросы, задачи для самостоятельного решения, тесты .....	69
<b>4. Тяготение. Элементы теории поля.....</b>	<b>80</b>
<b>5. Механика жидкостей.....</b>	<b>85</b>
5.1 Контрольные вопросы, задачи для самостоятельного решения, тесты .....	90
<b>6. Элементы специальной теории относительности.....</b>	<b>92</b>
6.1 Контрольные вопросы, задачи для самостоятельного решения, тесты .....	95
<b>Приложения .....</b>	<b>98</b>

Катбамбетова М.А.

# ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Подписано в печать 16.05.2019. Бумага офсетная. Формат бумаги 60x84/16.  
Печать цифровая. Усл. п. л. 6,5. Тираж 200. Заказ 069.

Отпечатано в типографии ИП Магарин О.Г. 385008, г. Майкоп, ул. 12 Марта, 146.  
Тел. 8-906-438-28-07. E-mail: olemag@yandex.ru