ББК 519.852
УДК 22.18
Д-30

Дёмина Татьяна Ивановна, *кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой высшей математики и системного анализа Майкопского государственного технологического университета, e-mail: de_ta@rambler.ru;*

Селютин Владимир Дмитриевич, *доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой алгебры и математических методов в экономике Орловского государственного университета* им. И.С. Тургенева, *e-mail: selutin_v@mail.ru;*

Чуяко Елена Борисовна, *кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и системного анализа Майкопского государственного технологического университета, e-mail: chuyako@mail.ru*

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ КАК СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БАКАЛАВРОВ ЭКОНОМИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ

(рецензирована)

В статье рассматривается один из вариантов реализации идеи обучения профессионально ориентированной математической деятельности бакалавров экономического направления. В качестве ее механизма предлагается рассмотрение задач линейного программирования. На примере задачи о назначениях показывается разработанная методика обучения.

Ключевые слова: *бакалавры экономических направлений, профессионально ориентированная математическая деятельность, математическое моделирование, задачи линейного программирования.*

Demina Tatiana Ivanovna, *Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, head of the Department of Mathematics and Systems Analysis of Maikop State Technological University, e-mail: de_ta@rambler.ru;*

Selutin Vladimir Dmitrievich, *Doctor of Pedagogics, professor, head of the Department of Algebra and Mathematical Methods in Economics of Oryol State University named after I.S. Turgenev, e-mail: selutin_v@mail.ru*

Chuyako Elena Borisovna, *Candidate of Pedagogics, associate professor of the Department of Mathematics and Systems Analysis of Maikop State Technological University, e-mail: chuyako@mail.ru.*

SOLVING LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS AS A MEANS OF TRAINING OF VOCATIONALLY-ORIENTED MATHEMATICAL ACTIVITIES OF ECONOMIC BACHELORS

(Reviewed)

The article considers one embodiment of the idea of teaching professionally oriented mathematical activity of economic bachelors. Linear programming problems consideration is proposed as its mechanism.

Developed methods of teaching are shown on the example of the assignment problem.

Keywords: *bachelor of Economics, professionally focused mathematical activity, mathematical modeling, linear programming problem.*

Одной из тенденций развития высшей школы на современном этапе является ориентация на профессионально ориентированные педагогические технологии. В профессиональной деятельности современного экономиста постоянно возникает потребность использования математического моделирования, количественных методов исследования и вычислительных средств, что предполагает переосмысление роли математической составляющей в системе подготовки студентов экономических направлений в ВУЗах и разработки соответствующих подходов и технологий. Поэтому педагогическая наука сталкивается с необходимостью исследования проблем овладения будущими экономистами математической деятельностью как необходимой составляющей их профессиональной подготовки. Одна из таких проблем связана с разрешением противоречия между расширением спектра приложений математического аппарата для решения экономических задач и неготовностью его использования специалистами в области экономики.

Несмотря на широкий круг исследований, посвященных математическому образованию студентов экономических вузов, в них недостаточно представлены аспекты, связанные с овладением математической деятельностью как необходимой составляющей будущей профессиональной деятельности и средства принятия экономических решений. В этой связи сохраняют свою актуальность исследования, направленные на разработку методики обучения профессионально ориентированной математической деятельности бакалавров экономических направлений подготовки в ВУЗе.

Особенности математической подготовки бакалавров экономических направлений состоят в единстве общекультурной, интеллектуальной и прикладной составляющих, реализация которых обеспечивает овладение профессионально ориентированной математической деятельностью и математической компетентностью, выражающейся в способности применять математический аппарат к описанию и математическому моделированию социально-экономических процессов [1], умениях решать экономические задачи с использованием математических методов в сочетании с информационными технологиями.

Организация профессионально ориентированной математической подготовки студентов экономических направлений в ВУЗе способствует освоению ими аппарата математической статистики, прикладных математических методов, компьютерных пакетов обработки и анализа статистических данных, средств поддержки при принятии управленческих решений [2], методов математического моделирования [3]. Для полноценного овладения методами математического моделирования необходимо параллельно формировать экономическую культуру студента, прививать навыки постановки экономической задачи, построения адекватной математической модели, грамотной экономической интерпретации полученных результатов, что является существенным фактором его продуктивной профессиональной деятельности.

Благоприятные условия для реализации этих целей возникают при рассмотрении задач линейного программирования. Покажем это на примере одной из задач линейного программирования – задачи о назначениях. Подобные задачи позволяют, например, найти оптимальный вариант распределения кандидатов на вакантные должности таким образом, чтобы минимизировать расходы на их обучение.

Задача. В диагностический центр набирают выпускников ординатуры на пять вакантных должностей: врача УЗИ, врача рентгенолога, врача лаборанта, врача гематолога и врача эндокринолога. Причём каждая должность имеет свободные штатные единицы в количестве 6, 2, 4, 3 и 5 соответственно.

Изначально на данные места претендовало 28 человек, но после внутреннего тестирования отобрали 20 ординаторов и разбили их на четыре группы по 3, 7, 4 и 6 человек соответственно в каждой.

Для того, чтобы занять должность, ординатор должен пройти соответствую-щее обучение. Стоимость обучения c_{ij} ден. ед. одного претендента из *i-й* группы (i = 1, 2, 3, 4) для занятия *j-й* должности (j = 1, 2, 3, 4, 5) известны и задаются матрицей C:

$$C = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 4 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 11 & 14 & 5 \\ 4 & 13 & 3 & 2 & 8 \\ 5 & 13 & 4 & 12 & 3 \end{pmatrix}$$

Требуется распределить претендентов на должности так, чтобы суммарная стоимость обучения была минимальной.

Решение. Решение данной задачи состоит в получении оптимального распределения претендентов на вакантные должности, таким образом, чтобы суммарная стоимость их обучения была минимальной.

Подразумевается, что каждый претендент способен занимать любую из должностей, но так как каждый из них имеет разные способности, то отличается стоимость обучения каждого из них.

К неуправляемым факторам можно отнести стоимость обучения всех претендентов, варианты разбиения на группы, количество вакантных должностей.

Управляемым фактором является назначение руководством диагностического центра того или иного претендента на соответствующую должность.

Составим математическую модель задачи. Пусть x_{ij} – количество претендентов из *i-й* группы, назначаемых на должность j. Сведём все данные в табл. 1.

Определим целевую функцию, как минимизацию суммарной стоимости обучения всех претендентов для получения определённой должности.

Например, рассмотрим первую группу претендентов. Стоимость обучения одного из них на врача УЗИ равна 10 ден. ед. Если на эту должность назначат x_{11} человек из первой группы, то стоимость обучения составит $10x_{11}$ ден. ед. Так как обучение одного претендента из первой группы на врача рентгенолога составляет 3 ден. ед., на эту должность претендуют x_{12} человек из первой группы, то стоимость обучения составит $3x_{12}$ ден. ед. и так далее. И, наконец, стоимость обучения одного претендента из четвёртой группы на врача эндокринолога составит 3 ден. ед, следовательно, стоимость обучения x_{45} человек из четвёртой группы – $3x_{45}$ ден. ед.

Таблица 1

Группы претендентов на должности	Стоимость обучения одного претендента из каждой группы на вакантную должность					Количество претендентов в группах
	врач УЗИ	врач рентгенолог	врач лаборант	врач гематолог	врач эндокринолог	
1	10	3	4	5	3	3
2	2	1	11	14	5	7
3	4	13	3	2	8	4
4	5	13	4	12	3	6
Количество штат. ед. в каждой должности	6	2	4	3	5	

Целевая функция будет иметь вид:

$$\min Z = 10x_{11} + 3x_{12} + 4x_{13} + 5x_{14} + 3x_{15} + 2x_{21} + x_{21} + 11x_{23} + 14x_{24} + \\ +5x_{25} + 4x_{31} + 13x_{32} + 3x_{33} + 2x_{34} + 8x_{35} + 5x_{41} + 13x_{42} + 4x_{43} + \\ +12x_{44} + 3x_{45}.$$

Составим ограничения задачи. С одной стороны, все претенденты из каждой группы должны получить какую-нибудь должность, что приводит нас к следующим равенствам:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 3, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 7, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 4, \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 6. \end{cases}$$

С другой стороны, все вакантные места должны быть заняты. А это приводит к следующей системе равенств:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 6, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 2, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 4, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 3, \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} = 5. \end{cases}$$

Очевидно, что ограничения распространяются и на неотрицательность количества претендентов, то есть $x_{i\,j} \geq 0$, где i = 1, 2, 3, 4 и j = 1, 2, 3, 4, 5.

Если внимательно посмотреть на полученную математическую модель, то можно заметить, что она полностью совпадает с моделью закрытой транспортной задачи. Проанализируем значения задачи:

1) ординаторы на вакантную должность – перевозимый груз;
2) число ординаторов в группе – спрос на груз у определённого потребителя;
3) стоимость обучения одного ординатора из *j-й* группы для того, чтобы занять должность j – стоимость перевозки единицы груза от *j-го* поставщика к *j-му* потребителю.

Будем искать решение данной задачи методом наименьшей стоимости. Для облегчения рассуждений обозначим ячейки следующим образом. Врач УЗИ-b_1, …, врач эндокринолог b_5, группа 1-a_1, …, группа 4-a_1. Суть метода состоит в том, что в первую очередь занимаются клетки с минимальным тарифом оплаты за обучение. При этом в клетку записывается минимальное число из соответствующих строки и столбца, приведённых в табл. 2.

Таблица 2

	Вакантные должности					Количество претендентов в группах
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	
a_1	10	3	4	5	3	3
a_2	2	1	11	14	5	7
a_3	4	13	3	2	8	4
a_4	5	13	4	12	3	6
Количество штат. ед. в каждой должности	6	2	4	3	5	

Затем из рассмотрения исключают строку (столбец), спрос (предложение) которого полностью удовлетворены. После этого из оставшихся клеток таблицы снова выбирают клетку с наименьшим тарифом оплаты за обучение. Процесс заканчивается тогда, когда все претенденты займут все вакантные должности. В результате получается опорный план, который должен содержать $m+n-1$ загруженных клеток.

Сначала заполним ячейку a_2b_2, так как она имеет наименьшую стоимость. Загрузим её минимальным из чисел 2 и 7. Из рассмотрения сразу выходит столбец b_2, так как все вакантные должности сразу же занимаются (табл. 3). Но ещё осталось 5 человек из второй группы, которых также надо куда-то распределить.

Таблица 3

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	Количество претендентов в группах
a_1	10	3	4	5	3	3
a_2	2	2 1	11	14	5	5
a_3	4	13	3	2	8	4
a_4	5	13	4	12	3	6
Количество штат. ед. в каждой должности	6	0	4	3	5	

Наименьший тариф соответствует клетке a_2b_1.Загрузим её максимально, выбирая из чисел 6 и 5. Из рассмотрения выходит вторая строка (табл. 4).

Таблица 4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	Количество претендентов в группах
a_1	10	3	4	5	3	3
a_2	5 2	2 1	11	14	5	0
a_3	4	13	3	2	8	4
a_4	5	13	4	12	3	6
Количество штат. ед. в каждой должности	1	0	4	3	5	

Следующая ячейка с минимальным тарифом a_3b_4. Загрузим её по максимуму, выбирая из чисел 3 и 4. Из рассмотрения выходит столбец *b4* (табл. 5).

Таблица 5

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	Количество претендентов в группах
a_1	10	3	4	5	3	3
a_2	5 2	2 1	11	14	5	0
a_3	4	13	3	3 2	8	1
a_4	5	13	4	12	3	6
Количество штат. ед. в каждой должности	1	0	4	0	5	

Продолжая двигаться по клеткам с наименьшим тарифом, придём к следующему решению по распределению должностей (табл. 6).

Таблица 6

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	Количество претендентов в группах
a_1					**3** 3	0
a_2	**5** 2	**2** 1			5	0
a_3			**1** 3	**3** 2		0
a_4	**1** 5		**3** 4		**2** 3	0
Количество штат.ед. в каждой должности	0	0	0	0	0	

Проверим полученный опорный план на невырожденность. Количество заполненных клеток должно удовлетворять условию $N = n + m - 1$. В нашем случае $N = 5 + 4 - 1 = 8$ что удовлетворяет условию не вырожденности плана.

Получим значение суммарных затрат для данного начального решения, перемножая числа стоящие в одной клетке (для всех клеток) и затем сложив найденные значения:

$$S = 3 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 53\ \textit{ден. ед.}$$

Мы получили начальное решение. Его можно улучшить, например, используя метод потенциалов, и тем самым уменьшить стоимость обучения всех специалистов.

Решая подобные задачи из раздела «Линейное программирование» по специально разработанной методике обучения, убеждаемся, что правильно организованное профессионально ориентированное обучение создаёт условия для овладения студентами методами математического моделирования, что приводит к продуктивному использованию математического аппарата для решения профессиональных задач и принятию экономически обоснованных решений. Это подтверждает и проведенная в рамках научного исследования опытно-экспериментальная работа.

Литература:

1. Бунтова Е.В. Математическая модель прогнозирования годового показателя инфляции // Вопросы и проблемы экономики и менеджмента в современном мире: сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции. №3. Омск, 2016. С. 149-152.

2. Окунева Е.О. Сравнение математических моделей принятия решений в условиях определенности [Электронный ресурс] // Науковедение: интернет-журнал. 2016. Т. 8, №3. URL: http://naukovedenie.ru/PDF/72EVN316.pdf

3. Селютин В.Д., Мамадалиева Л.Н. Методические основы обучения бакалавров технологических направлений подготовки математическому моделированию случайных процессов: монография. Орел: ОГУ, 2016. 119 с.

References:

1. Buntova E.V. A mathematical model for predicting annual inflation // Questions and problems of economics and management in today's world: a collection of scientific papers on the results of the international scientific-practical conference. Number 3. Omsk, 2016. P.149-152.

2. Okuneva E.O. Comparison of mathematical models of decision-making under certainty [Electronic resource] // Naukovedenie: online journal. 2016. V. 8, № 3. URL: http://naukovedenie.ru/PDF/72EVN316.pdf

3. Selutin V.D., Mamadalieva L.N. Methodical bases of training bachelors of technological areas of training to mathematical modeling of random processes: a monograph. Oryol: OSU, 2016. 119 p.