



*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflict of interests*

**ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ / ORIGINAL ARTICLE**

## **Моделирование процесса криогенного замораживания семян кориандра**

**Надежда В. Стерехова, Заур А. Меретуков\*, Сусана Ю. Гонежук,  
Рита Г. Шишова**

**Аннотация.** В эффективной технологии извлечения требуемых компонентов из растительного сырья чаще всего применяется процесс измельчение в качестве подготовительной операции перед основным процессом, с последующим разделением извлеченного материала на целевые компоненты.

В большинстве случаев в результате такого проведения процесса можно говорить об эффективном извлечении лишь единственного целевого компонента, в то время как другие неизбежно теряют свои качественные и количественные показатели, что обусловлено морфологией растительного сырья.

Одним из перспективных направлений в процессах разрушения растительного материала для дальнейших операций является селективная дезинтеграция, для которой подбираются оптимальные кондиции проведения процесса, такие как нагревание, замораживание и другие. Сырье, полученное в результате селективного разрушения, может эффективно фракционироваться по морфологическим и физико-химическим признакам, а уже после этого направляться на последующие операции с наибольшей эффективностью их проведения.

В современных условиях потери эфирного масла в кориандре, связанные с раскалыванием плодов, достигают 23,4 % к массе масла в целых плодах. При этом эфирное масло из расколотых плодов обогащено ценными компонентами – линалоолом, гераниолом, геранилацетатом и, кроме того, содержит меньше углеводов и камфоры. Как показано в работе [1], масло из расколотых плодов может использоваться для корректировки состава партий кориандрового эфирного масла в целях повышения содержания линалоола с одновременным снижением содержания нежелательных компонентов – углеводов и камфоры, а также преимущественно использоваться для выделения ценных компонентов – линалоола, гераниола. Для снижения потерь, связанных с раскалыванием плодов кориандра, предлагается провести математическое моделирование процесса криогенного замораживания с последующим измельчением замороженной массы, что позволит значительно снизить потери эфирного масла. Учитывая, что эфирные масла, извлеченные из кориандра, показывают высокую антибактериальную, антиоксидантную и противогрибковую активность [2], повышение выхода высококачественного эфирного масла кориандра позволит более широко использовать его в ароматизации и консервировании пищевых продуктов, а также в медицинских целях, что является важной и актуальной задачей.

**Ключевые слова:** растительное сырье, семена, кориандр, криогенные методы, эфирные масла, линалоол, агрегатное состояние, высокоценные компоненты, температура, математические методы, преобразование Лапласа, моделирование процесса

*Для цитирования:* Sterekhova N.V., Meretukov Z.A., Gonezhuk S.Yu. Моделирование процесса криогенного замораживания семян кориандра. Новые технологии / New technologies. 2024; 20(2):<https://doi.org/10.47370/2072-0920-2024-20-2-143-156>

## Simulation of the process of cryogenic freezing of coriander seeds

Nadezhda V. Sterekhova, Zaur A. Meretukov\*, Susana Y. Gonezhuk, Rita G. Shishova

**Abstract.** In the technology for extracting the required components from plant raw materials, in most cases, the grinding process is used as a preparatory operation before the main process, followed by the separation of the extracted material into target components.

In most cases, as a result of such a process, we can talk about the effective extraction of only a single target component, while others inevitably lose their qualitative and quantitative indicators, which is due to the morphology of the plant raw material.

One of the promising directions in the processes of destruction of plant material for further operations is selective disintegration. For this purpose optimal process conditions have been selected, such as heating, freezing and others. Raw materials obtained as a result of selective destruction can be effectively fractionated according to morphological and physicochemical characteristics, and only after that can be sent to subsequent operations with the greatest efficiency.

Under modern conditions, the loss of essential oil in coriander associated with splitting the fruit reaches 23.4% of the oil weight in whole fruits. At the same time, the essential oil from split fruits is enriched with valuable components – linalool, geraniol, geranyl acetate and, in addition, contains less hydrocarbons and camphor. As shown in [1], oil from split fruits can be used to adjust the composition of batches of coriander essential oil in order to increase the content of linalool while simultaneously reducing the content of undesirable components – hydrocarbons and camphor, and can also be used primarily to isolate valuable components – linalool, geraniol. To reduce losses associated with splitting coriander fruits, it has been proposed to carry out mathematical modeling of the process of cryogenic freezing with subsequent grinding of the frozen mass, which will significantly reduce losses of essential oil. Considering that essential oils extracted from coriander show high antibacterial, antioxidant and antifungal activity [2], increasing the yield of high-quality coriander essential oil will allow its wider use in flavoring and food preservation, as well as for medicinal purposes, which is important and actual task.

**Keywords:** plant raw materials, seeds, coriander, cryogenic methods, essential oils, linalool, state of aggregation, high-value components, temperature, mathematical methods, Laplace transform, process modeling

*For citation:* Sterekhova N.V., Meretukov Z.A., Gonezhuk S.Yu. Simulation of the process of cryogenic freezing of coriander seeds. Novye tehnologii / New technologies. 2024; 20(2):<https://doi.org/10.47370/2072-0920-2024-20-2-143-156>

**Введение.** Процесс замораживания связан с изменением агрегатного состояния и физико-химическими изменениями материала. При этом теплофизические коэффициенты меняются скачкообразно, и для переходов требуется теплота плавления. Решение подобной задачи позволяет определить как пространственные, так и временные рамки процесса, что в значительной мере формирует как геометрию рабочей зоны, в которой реализуется данный процесс, так и определяет время криогенного замораживания семян кориандра.

**Объект и методы исследования.** В работе рассмотрен процесс интенсивного криогенного замораживания поверхностного слоя семени кориандра, когда в начальный момент времени на поверхности семян кориандра устанавливается температура ( $T_c$ ) значительно ниже температуры замерзания ( $T_3$ ) жидкой фазы капиллярно-пористой структуры семян кориандра. В этом случае в семени кориандра образуется промерзший слой переменной толщины ( $\xi = f(\tau)$ ). На этой границе происходит переход из одного агрегатного состояния в другое, на что требуется теплота перехода ( $\rho$ ), Дж/кг. Таким образом, граница ( $x = \xi$ ) имеет постоянную температуру замерзания, а в глубине ( $x \gg \xi$ ) – начальную температуру замораживаемого материала ( $T_0$ ). Следовательно, задачу математически можно сформулировать так:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} T_1(x, \tau) = a_1 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_1(x, \tau) \quad (\tau > 0; 0 < x < \xi); \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} T_2(x, \tau) = a_2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_2(x, \tau) \quad (\tau > 0; \xi < x < R); \quad (2)$$

$$T_2(x, 0) = T_0 \quad (0 < x < R), \quad (3)$$

$$T_1(0, \tau) = T_c; \quad (4)$$

$$T_1(\xi, \tau) = T_2(\xi, \tau) = T_3; \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} T_2(R, \tau) = 0; \quad (6)$$

На границе разделафазового перехода (замерзания):

$$\lambda_1 \cdot \frac{\partial}{\partial x} T_1(\xi, \tau) - \lambda_2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} T_2(\xi, \tau) = \rho \cdot W \cdot \gamma_2 \cdot \frac{d\xi}{d\tau}; \quad (7)$$

где  $T_{1,2}$  – температура материала в процессе криогенной заморозки, °К, индекс «1» относится к промерзшей зоне, индекс «2» – к теплой;  $W$  – масса влаги к массе абсолютно сухого материала семени, кг/кг;  $\gamma_2$  – плотность замораживаемого слоя материала семени кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda_{1,2}$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°К);  $a_{1,2}$  – коэффициенты температуропроводности, м<sup>2</sup>/сек;  $R$  – обобщенный размер семени кориандра, м:

$$\frac{1}{R^2} = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2}; \quad (8)$$

где  $X, Y, Z$  – полу-габариты семени кориандра, м. В капиллярно-пористом материале семени имеются две зоны (промерзшего и теплого материала), изменение температуры в которых описывается уравнениями теплопроводности (1) и (2), начальными условиями (3), (4) и граничными условиями (5), (6). Таким образом, задача о высушивании капиллярно-пористого материала может быть сформулирована как задача о сопряжении двух температурных полей ( $T_1$ ) и ( $T_2$ ) при наличии особого граничного условия на движущейся границе раздела  $\xi(\tau)$ . Основная трудность решения задачи состоит в том, что условие (7) относит ее к классу нелинейных задач, т. е. к задаче с нелинейными граничными условиями.

**Результаты исследования и их обсуждение.** Рассмотрим температурное поле, формируемое уравнениями теплопроводности (1) и (2), и для упрощения расчета положим ( $T_c = 0$ ). Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению (1):

$$L\left[\frac{\partial}{\partial \tau} T_1(x, \tau)\right] = L\left[a_1 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_1(x, \tau)\right]; \quad (9)$$

где

$$L[T_1(x, \tau)] = \int_0^{\infty} [T_1(x, \tau) \cdot e^{-s\tau}] d\tau = T_1(x, s); \quad (10)$$

Согласно основной теореме операционного метода, первая производная равна произведению изображения  $T_L(x, s)$  оператора  $(s)$  минус значение функции в начальный момент времени:

$$s \cdot T_L(x, s) - T_c = a_1 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{L[T_1(x, \tau)]\} = a_1 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_L(x, s); \quad (11)$$

Таким образом, дифференциальное уравнение (1) в частных производных для оригинала функции  $T_1(x, \tau)$  превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение для изображения  $T_L(x, s)$ , так как  $T_L(x, s)$  не зависит от времени  $(\tau)$ . Перепишем уравнение (11) в виде:

$$s \cdot T_L(x, s) - \frac{s}{a_1} \left[ T_L(x, s) - \frac{T_c}{s} \right] = 0; \quad (12)$$

Общее решение данного дифференциального уравнения для изображения имеет вид:

$$T_L(x, s) - \frac{T_c}{s} = A_1 \cdot e^{\sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot x} + B_1 \cdot e^{-\sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot x}; \quad (13)$$

где  $A_1$  и  $B_1$  – постоянные, определяемые из граничных условий. Применим преобразование Лапласа к граничным условиям:

$$L[T_1(0, \tau)] = 0, T_L(0, s) = 0; \quad (14)$$

$$L\left[\frac{\partial}{\partial \tau} T_1(R \gg \xi, \tau)\right] = 0, T_L'(R \gg \xi, s) = 0; \quad (15)$$

Из условия (15) следует, что  $A_1 \rightarrow 0$ , так как в противном случае первое слагаемое в правой части неограниченно возрастает с ростом  $(x)$ . Для определения  $(B_1)$  воспользуемся условием (14), из которого следует:

$$B_1 = -\frac{T_c}{s}; \quad (16)$$

тогда решение для изображения будет иметь вид:

$$\frac{T_c}{s} - T_L(x, s) = \frac{T_c}{s} \cdot e^{-\sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot x} \quad (17)$$

Для нахождения оригинала воспользуемся таблицей изображений функций [3], из которой известно, что:

$$L^{-1}\left[\frac{1}{s} \cdot e^{-k\sqrt{s}}\right] = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2 \cdot \sqrt{\tau}}\right); \quad (18)$$

где

$$k = \frac{x}{\sqrt{a_1}}; \quad (19)$$

Следовательно, решение упрощенной задачи будет иметь вид:

$$\frac{T_1(x, \tau)}{T_c} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot \tau}}\right); \quad (20)$$

Аналогичное решение упрощенной задачи будет и для второго компонента температурного поля:

$$\frac{T_2(x, \tau)}{T_o} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_2 \cdot \tau}}\right); \quad (21)$$

При переходе к исходной задаче приближенное решение может быть представлено в виде системы решений упрощенных задач, рассмотренных выше:

$$T_1(x, \tau) = A_1 + B_1 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot \tau}}\right); \quad (22)$$

$$T_2(x, \tau) = A_2 + B_2 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_2 \cdot \tau}}\right); \quad (23)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – постоянные, определяемые из граничных условий (3):

$$A_2 = T_o - B_2, \lim_{\tau \rightarrow 0} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_2 \cdot \tau}}\right) \right] = 1; \quad (24)$$

и (4):

$$A_1 = T_c, \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot \tau}}\right) \right] = 0; \quad (25)$$

Таким образом, значения  $A_1$  и  $A_2$  определяются следующими соотношениями:

$$A_1 = T_c, A_2 = T_o - B_2; \quad (26)$$

следовательно, имеем:

$$T_1(x, \tau) = T_c + B_1 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot \tau}}\right); \quad (27)$$

$$T_2(x, \tau) = T_o - B_2 \cdot \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_2 \cdot \tau}}\right) \right]; \quad (28)$$

Из условия (5), с учетом соотношения ( $\text{erfc } x = 1 - \text{erf } x$ ), следует:

$$T_c + B_1 \cdot \text{erf}\left(\frac{\xi}{2 \cdot \sqrt{a_1} \cdot \tau}\right) = T_o - B_2 \cdot \left[\text{erfc}\left(\frac{\xi}{2 \cdot \sqrt{a_2} \cdot \tau}\right)\right] = T_z = \text{const}; \quad (29)$$

Аргументы функций ошибок Гаусса в (27) и (28) содержат общее соотношение ( $\xi/\tau^{1/2}$ ), тогда с учетом (29) получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \text{erf}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_1}}\right) = \frac{T_z - T_c}{B_1} \\ \text{erf}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_2}}\right) = 1 - \frac{T_z - T_o}{B_2} \end{cases}, \text{ где } \beta = \frac{\xi}{\sqrt{\tau}}; \quad (30)$$

Разрешая систему уравнений относительно постоянных  $B_1$  и  $B_2$  – постоянные, получаем соотношения для этих коэффициентов:

$$B_1 = \frac{T_z - T_c}{\text{erf}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_1}}\right)}, B_2 = \frac{T_o - T_z}{\text{erfc}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_2}}\right)}, \beta = \frac{\xi}{\sqrt{\tau}}; \quad (31)$$

Так как  $B_1$  и  $B_2$  – постоянные при любом значении ( $\tau$ ), то введенный коэффициент пропорциональности ( $\beta$ ) также является константой. Тогда общее решение для температурных полей  $T_1$  и  $T_2$  примет вид:

$$T_1(x, \tau) = T_c + \frac{T_z - T_c}{\text{erf}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_1}}\right)} \cdot \text{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_1} \cdot \tau}\right); \quad (32)$$

$$T_2(x, \tau) = T_o - \frac{T_o - T_z}{\text{erfc}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_2}}\right)} \cdot \left[\text{erfc}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_2} \cdot \tau}\right)\right]; \quad (33)$$

Для определения значения коэффициента пропорциональности ( $\beta$ ) используем граничное условие (7):

$$\begin{aligned} \lambda_1 \cdot \frac{T_z - T_c}{\text{erf}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_1}}\right)} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \text{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_1} \cdot \tau}\right) - \lambda_2 \cdot \frac{T_o - T_z}{\text{erfc}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_2}}\right)} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \text{erfc}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a_2} \cdot \tau}\right) = \\ = \rho \cdot W \cdot \gamma_2 \cdot \frac{d}{dt} [\xi(\tau)], \text{ где } \xi(\tau) = \beta \cdot \end{aligned} \quad (34)$$

После дифференцирования уравнения (34):

$$\begin{aligned} \lambda_1 \cdot \frac{T_z - T_c}{\text{erf}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_1}}\right)} \cdot \frac{e^{-\frac{x^2}{4a_1\tau}}}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{\tau}} - \lambda_2 \cdot \frac{T_o - T_z}{\text{erfc}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_2}}\right)} \cdot \frac{e^{-\frac{x^2}{4a_2\tau}}}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \sqrt{\tau}} = \\ = \rho \cdot W \cdot \gamma_2 \cdot \frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{\tau}}; \end{aligned} \quad (35)$$

подстановки  $\equiv \xi(\tau)$  и соотношения  $\xi(\tau) = \beta \cdot \sqrt{\tau}$  с учетом граничного условия (7) получаем следующее характеристическое уравнение для определения коэффициента пропорциональности ( $\beta$ ):

$$\begin{aligned} \lambda_1 \cdot \frac{T_z - T_c}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{a_1}} \cdot \frac{e^{-\frac{\beta^2}{4a_1}}}{\text{erf}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_1}}\right)} - \lambda_2 \cdot \frac{T_o - T_z}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{a_2}} \cdot \frac{e^{-\frac{\beta^2}{4a_2}}}{\text{erfc}\left(\frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{a_2}}\right)} = \\ = \frac{\rho \cdot W \cdot \gamma_2}{2} \cdot \beta; \end{aligned} \quad (36)$$

Корни характеристического уравнения (36) относительно коэффициента пропорциональности ( $\beta$ ) представляют собой функциональную зависимость от теплофизических характеристик капиллярно-пористых слоев (промерзшего и теплого) влажного материала семени, его плотности и температурных режимов криогенного замораживания. Таким образом, коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость углубления зоны промерзания, представляет собой функциональную зависимость –  $\beta(T_c, T_z, T_o, \rho, W, \gamma_2, \lambda_1, a_1, \lambda_2, a_2)$ . Учитывая, что  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности между плотностью теплового потока и градиентом температуры (коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{К})$ ). Диапазон варьирования меняется в широких пределах:  $0,0086 \leq \lambda \leq 416$ . Для жидкостей диапазон варьирования:  $0,093 \leq \lambda \leq 0,7$ . Для строительных материалов диапазон варьирования:  $0,0233 \leq \lambda \leq 2,8$ . Для теплоизоляционных материалов диапазон варьирования:  $0,0086 \leq \lambda \leq 0,23$ . В то же время  $a$  – коэффициент температуропроводности равен количеству тепла, протекающего в единицу времени через единицу поверхности, при перепаде объемной концентрации внутренней энергии в  $1 \text{ Дж}/\text{м}^3$  на единицу длины нормали,  $\text{м}^2/\text{сек}$ .

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \gamma}; \quad (37)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость материала,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{К})$ . Возможно с учетом особенностей формирования этих пока-

зателей в капиллярно-пористых телах уменьшить размерность функциональной зависимости –  $\beta$  ( $T_c, T_3, T_0, \rho, W, \gamma_2, \lambda_1, a_1, \lambda_2, a_2$ ) путем ввода интерполяционных формул, формирующих параметры ( $\gamma_2, \lambda_1, a_1, \lambda_2, a_2$ ) от возможного изменения влажности семян кориандра ( $W$ ). Рассмотрим вариабельность коэффициента пропорциональности ( $\beta$ ) относительно параметров функциональной зависимости характеристического уравнения (36) для случая криогенного замораживания семян кориандра в среде жидкого азота. Принимаем (для реализации численных расчетов), что в начальный момент времени на поверхности семян кориандра устанавливается температура ( $T_c = 77.4^\circ\text{K}$ ) значительно ниже температуры замерзания ( $T_3 = 273.15^\circ\text{K}$ ) жидкой фазы (воды) капиллярно-пористой структуры семян кориандра. В глубине семени ( $x \gg \xi$ ) начальная температура замораживаемого

материала ( $T_0 = 293,15^\circ\text{K}$ ). Таким образом, определяем начальные и граничные условия проведения процесса криогенного замораживания семян кориандра. Как видно из представленных данных (рис. 1), диаметр семени кориандра ориентировочно может быть принят ( $d_k = 3 \text{ мм}$ ). С учетом того, что масса 1000 штук семян кориандра составляет 7.5 грамм, масса сухого семени кориандра ( $m_k = 7.5 \text{ мг}$ ). В этом случае плотность сухого семени кориандра ( $\gamma_k = 531 \text{ кг/м}^3$ ). Теплоемкость сухого семени кориандра ( $c_k = 1621 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{K)}$ ). Теплопроводность сухого семени кориандра ( $\lambda_k = 0.1 \text{ Вт/(м}\cdot^\circ\text{K)}$ ) [4]. Температуропроводность влажного семени кориандра будет зависеть от плотности и теплоемкости влажного кориандра, определяемых по аддитивным основным компонентам (сухого материала и содержащейся в нем влаги), а также теплопроводности влажного кориандра.



Рис. 1. Геометрия семян кориандра

Fig. 1. Geometry of coriander seeds

Исходя из этих параметров, температуропроводность сухого семени кориандра ( $a_k$ ) определяется по формуле:

$$a_k = \frac{\lambda_k}{c_k \cdot \gamma_k} = 1,157 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{сек}} \quad (38)$$

Учитывая необходимость численной аппроксимации решения характеристического уравнения (36), рассмотрим возможные границы изменения параметров, входящих (38) в зависимости от возможных изменений влажности семенной массы

кориандра в процессе послеуборочного дозревания (от 12% до 14%) и хранения перед переработкой (от 6% до 8%). В этом случае вариabельность плотности влажного семени будет лежать в пределах (565 кг/м<sup>3</sup> ... 549 кг/м<sup>3</sup>) соответственно. Учитывая, что плотность льда ниже плотности воды, вариabельность плотности промерзшего семени будет лежать в пределах (562 кг/м<sup>3</sup> ... 547 кг/м<sup>3</sup>) соответственно, представленным выше интервалам изменения влажности. Изменение теплоемкости также определяется по аддитивной теплоемкости основных компонентов и, следовательно, лежит в пределах (1956 Дж/(кг·°К) ... 1802 Дж/(кг·°К)) для теплого и (1683 Дж/(кг·°К) ... 1655 Дж/(кг·°К)) для промерзшего семени. Коэффициент теплопроводности влажного пористого пищевого материала также может быть определен аддитивной функцией основных компонентов [5–10] (сухого материала и содержащейся в нем влаги), что с достаточной степенью точности определяет вариabельность этого показателя влажного семени в пределах (0.161 Вт/(м·°К) ... 0.132 Вт/(м·°К)) соответственно. Учитывая, что теплопроводность льда

выше теплопроводности воды, вариabельность теплопроводности промерзшего семени будет лежать в пределах (0.375 Вт/(м·°К) ... 0.248 Вт/(м·°К)) соответственно, представленным выше интервалам изменения влажности. С учетом (38), температуропроводность влажного семени кориандра при положительной температуре (1.45210<sup>-7</sup> м<sup>2</sup>/сек ... 1.33910<sup>-7</sup> м<sup>2</sup>/сек), а при отрицательной температуре (3.96810<sup>-7</sup> м<sup>2</sup>/сек ... 2.73910<sup>-7</sup> м<sup>2</sup>/сек). С учетом (36), вариabельность коэффициента пропорциональности, характеризующего скорость углубления зоны промерзания будет зависеть от следующих параметров:

$$\lambda_1(W) \cdot \frac{T_3 - T_c}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{a_1(W)}} \cdot \frac{e^{-\frac{r^2}{4a_1(W)}}}{\operatorname{erf}\left(\frac{r}{2\sqrt{a_1(W)}}\right)} - \lambda_2(W) \cdot \frac{T_0 - T_3}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{a_2(W)}} \cdot \frac{e^{-\frac{r^2}{4a_2(W)}}}{\operatorname{erfc}\left(\frac{r}{2\sqrt{a_2(W)}}\right)} \quad (39)$$

$$= \frac{\rho \cdot W \cdot \gamma_2(W)}{2} \cdot \beta;$$

Учитывая незначительные изменения функциональных зависимостей параметров характеристического уравнения (39) от вариabельности влагосодержания ( $W = 0.149 \dots 0.075$  кг/кг), можно ограничиться их линейным приближением в указанном интервале.

Таблица 1

**Теплофизические параметры семян кориандра**  
 (индекс «1» относится к промерзшей зоне, индекс «2» к теплой)

Table 1

**Thermophysical parameters of coriander seeds**  
 (index «1» refers to the frozen zone, index «2» to the warm one)

Влагосодержание (W)	Плотность при t < 0 °C (γ <sub>2</sub> )	Теплопроводность (λ)		Температуропроводность (a)	
		Вт/(м·°К)		м <sup>2</sup> /сек	
		t ≥ 0 °C; (λ <sub>2</sub> )	t < 0 °C; (λ <sub>1</sub> )	t ≥ 0 °C; (a <sub>2</sub> )	t < 0 °C; (a <sub>1</sub> )
0.075	547	0.132	0.248	1.33910 <sup>-7</sup>	2.73910 <sup>-7</sup>
0.149	562	0.161	0.375	1.45210 <sup>-7</sup>	3.96810 <sup>-7</sup>

Изменения влагосодержания семян кориандра (табл. 1) показывают вариabельность теплофизических параметров.

Обобщая данные (табл. 1) и связывая их линейными интерполяционными фор-

мулами (табл. 2), получаем возможность рассматривать процесс криогенного замораживания семян кориандра в зависимости от их влагосодержания.

Таблица 2

Функциональные зависимости теплофизических параметров

Table 2

Functional dependencies of thermophysical parameters

Параметр	Уравнение
Плотность при $t < 0$ °C ( $\gamma_2$ )	$\gamma_2(w) = (532 + 203 \cdot w) \cdot \text{кг/м}^3$
Теплопроводность при $t \geq 0$ °C; ( $\lambda_2$ )	$\lambda_2(w) = (0.103 + 0.392 \cdot w) \cdot \text{Вт/(м} \cdot \text{°K)}$
Теплопроводность при $t < 0$ °C; ( $\lambda_1$ )	$\lambda_1(w) = (0.119 + 1.716 \cdot w) \cdot \text{Вт/(м} \cdot \text{°K)}$
Температуропроводность при $t \geq 0$ °C; ( $a_2$ )	$a_2(w) = (1.224 + 1.527 \cdot w) \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{сек}$
Температуропроводность при $t < 0$ °C; ( $a_1$ )	$a_1(w) = (1.493 + 16.608 \cdot w) \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{сек}$

Используя зависимости теплофизических параметров (табл. 2), провели математическое моделирование процесса путем численного решения (39).

Таблица 3

Математическое моделирование процесса численного решения характеристического уравнения (39)

Table 3

Mathematical modeling of the process of numerical solution of the characteristic equation (39)

$w_k$	$\beta(w_k)$	$\beta_{\text{расч}}$	$\sigma_\beta \cdot 10^5$	$\Delta \cdot 10^4$	$\beta_{\text{мин}}$	$\beta_{\text{макс}}$
0,08	1,098	1,097	8,285	7,443	1,097	1,098
0,08	1,110	1,110	3,667	3,294	1,110	1,111
0,09	1,122	1,122	7,139	6,414	1,122	1,123
0,10	1,134	1,134	5,732	5,150	1,133	1,134
0,10	1,145	1,145	2,036	1,829	1,145	1,145
0,11	1,155	1,155	2,068	1,858	1,155	1,155
0,12	1,165	1,165	5,206	4,678	1,165	1,166
0,13	1,175	1,175	6,375	5,728	1,174	1,175
0,13	1,184	1,184	4,842	4,351	1,183	1,184
0,14	1,193	1,193	0,081	0,073	1,193	1,193
0,15	1,201	1,201	8,284	7,443	1,200	1,202
кг/кг	мм/сек <sup>0.5</sup>		б/р		мм/сек <sup>0.5</sup>	

Аппроксимируя данные (табл. 3) найденных частных решений в виде степенной функциональной зависимости:

$$\beta(w_k) = (0.961 \cdot w_k^{0.327} + 0.685) \cdot \text{мм/сек}^{0.5}; \quad (40)$$

где  $w_k$  – влагосодержание семян кориандра, (кг/кг), получили возможность уменьшить размерность параметра характеристического уравнения ( $\beta$ ), объединив интегральном показателе влагосодержания замораживаемого материала (рис. 2).

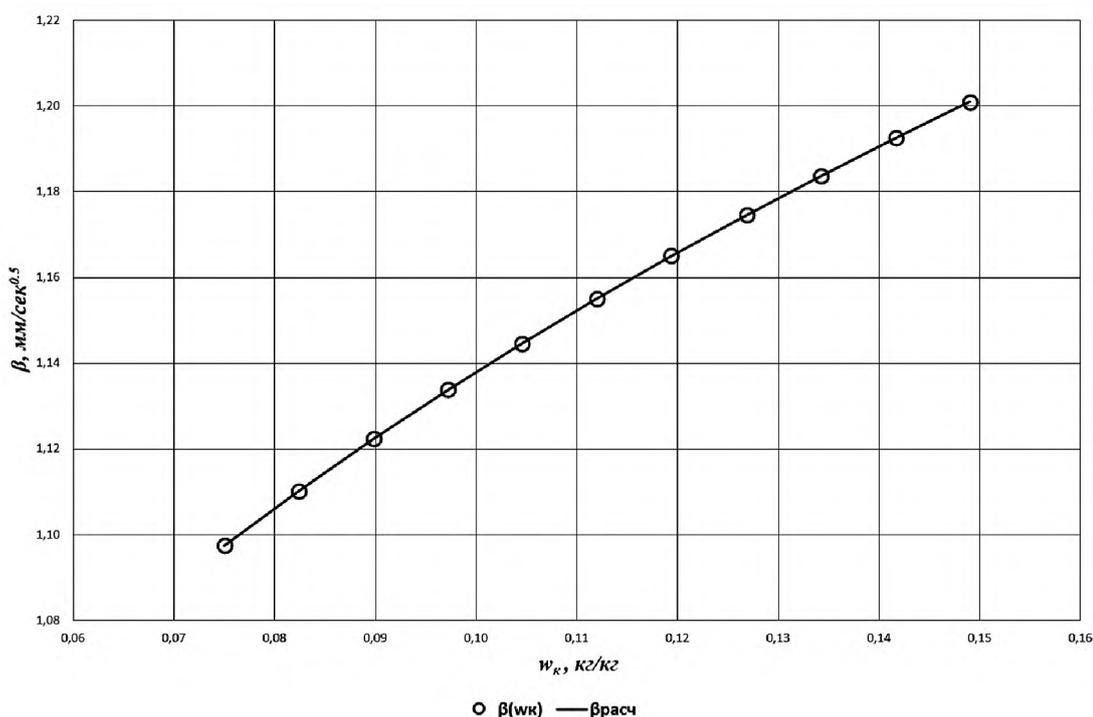


Рис. 2. Влияние влагосодержания на параметр характеристического уравнения процесса криогенного замораживания семян кориандра

Fig. 2. Influence of moisture content on the parameter of the characteristic equation of the process of cryogenic freezing of coriander seeds

Результаты численного моделирования (рис. 2) с оценкой статистической адекватности (табл. 3) найденной зависимости ( $\beta$ ) при возможном изменении влагосодержания (40) показывают, что предлагаемое уравнение (40) имеет незначительные отличия в искомом параметре ( $\beta$ ). Тогда общее решение для температурных полей  $T_1$  и  $T_2$  в указанном интервале возможного изменения влагосодержания семян кориандра (табл. 1), с учетом (табл. 2), примет вид:

$$T_{1\beta}(x, \tau, w_k) = \frac{T_1 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1(w)\tau}}\right) - T_c \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1(w)\tau}}\right) + T_c \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\beta(w_k)}{2\sqrt{a_1(w)\tau}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{\beta(w_k)}{2\sqrt{a_1(w)\tau}}\right)}, \quad (41)$$

$$T_{2\beta}(x, \tau) = \frac{T_1 - T_2 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2(w)\tau}}\right) + T_0 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2(w)\tau}}\right) - T_0 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\beta(w_k)}{2\sqrt{a_2(w)\tau}}\right)}{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\beta(w_k)}{2\sqrt{a_2(w)\tau}}\right)}, \quad (42)$$

Общее решение, описывающее изменение температуры в процессе криогенного замораживания семян кориандра, представляет собой линейную комбинацию функций (41) и (42) с учетом линейных интерполяционных формул (табл. 2), получаем общее решение в виде:

$$T(x, \tau, w_k) = T_{1\beta}(x, \tau, w_k) \cdot \Phi[\xi(\tau, w_k) - x] + T_{2\beta}(x, \tau, w_k) \cdot \Phi[x - \xi(\tau, w_k)], \quad (43)$$

где  $\Phi(\xi(\tau, w_k) - x)$  – функция Хэвисайда от положения границы фазового перехода промерзания  $\xi(\tau, w_k)$  в момент времени  $t$  и влагосодержания  $w_k$ . При этом положение границы фазового перехода промерзания  $\xi(\tau, w_k)$  определяется из решения уравнений (41) или (42) для температуры замерзания:

$$\xi(\tau, w_k) = T_{2\beta}^{-1}[\{x = \xi(\tau, w_k)\}, \tau, w_k]; \quad (44)$$

Для проверки применимости математической модели процесса криогенного замораживания семян кориандра (43) с учетом (44), произвели расчет температурного поля при нижнем значении влагосодержания, равном 0,075 кг/кг. Как видно из представленной диаграммы температурно-

го поля (рис. 3) криогенного замораживания семян кориандра при влагосодержании 0,075 кг/кг, используемая математическая модель соответствует начальным и граничным условиям проведения процесса при нижнем значении влагосодержания семенной массы.

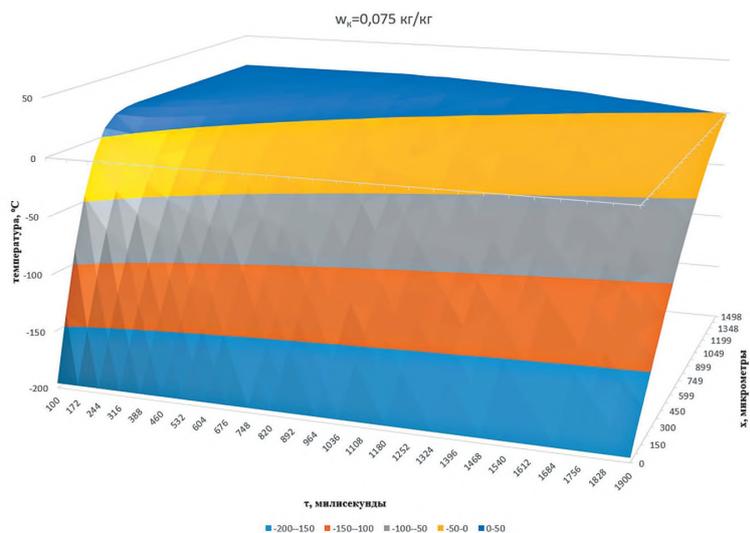


Рис. 3. Кинетика температурного поля криогенного замораживания семян кориандра при влагосодержании 0,075 кг/кг

Fig. 3. Kinetics of the temperature field of cryogenic freezing of coriander seeds at a moisture content of 0.075 kg/kg

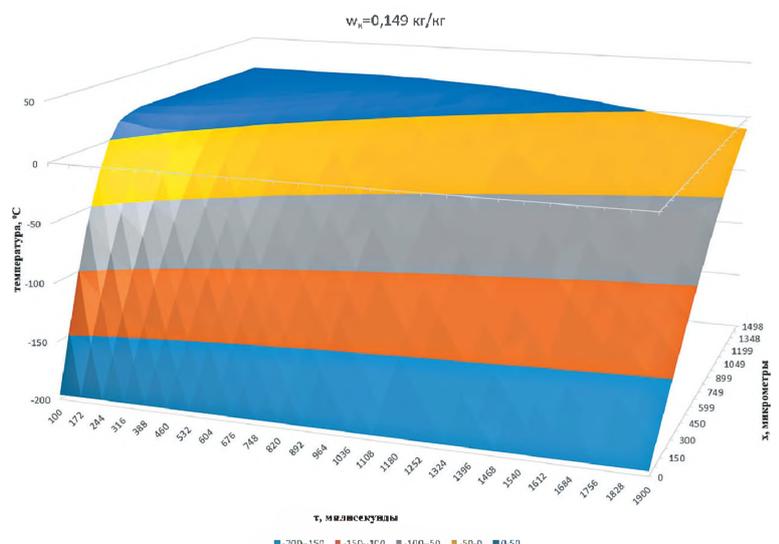


Рис. 4. Кинетика температурного поля криогенного замораживания семян кориандра при влагосодержании 0,149 кг/кг

Fig. 4. Kinetics of the temperature field of cryogenic freezing of coriander seeds at a moisture content of 0.149 kg/kg

Аналогично для проверки применимости математической модели процесса криогенного замораживания семян кориандра (43) с учетом (44) произвели расчет температурного поля при верхнем значении влагосодержания, равном 0,149 кг/кг.

Как видно из представленной диаграммы температурного поля (рис. 4) криогенного замораживания семян кориандра при

влагосодержании 0,149 кг/кг, используемая математическая модель также соответствует начальным и граничным условиям проведения процесса при верхнем значении влагосодержания семенной массы. Полученное общее решение (43), с учетом (44), позволяет произвести расчет времени промерзания семени кориандра в процессе криогенного замораживания (рис. 5).

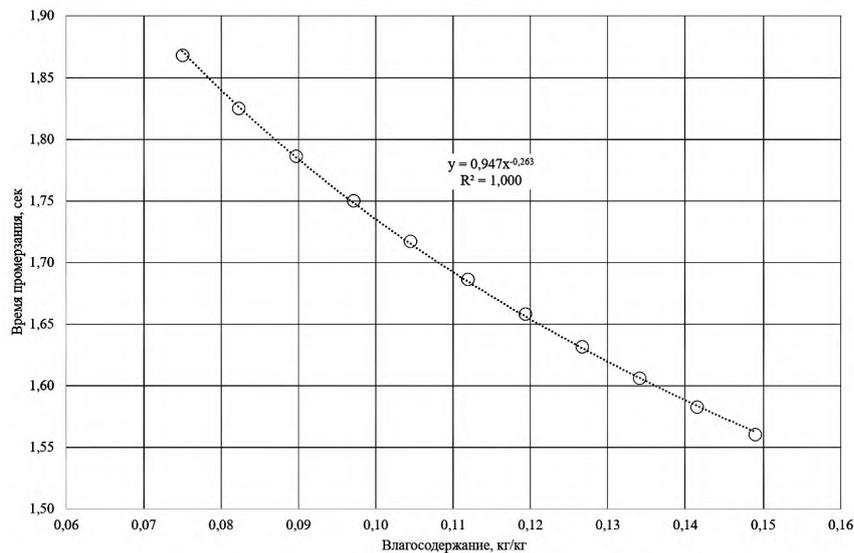


Рис. 5. Расчет времени, необходимого для криогенного замораживания семян кориандра

Fig. 5. Calculation of the time required for cryogenic freezing of coriander seeds

Как видно из представленных данных (рис. 5), решение краевой задачи показывает снижение времени промерзания при увеличении влагосодержания. Эта зависимость объясняется значительным увеличением теплопроводности промерзшей зоны, по сравнению с теплой зоной, которая колеблется в интервале от 1,87 до 2,11, составляя в среднем 2,32 раза. Аналогичные соотношения характерны и для температуропроводности которая колеблется в интервале от 2,05 до 2,40, составляя в среднем 2,27 раза. В этом случае наблюдается значительное превалирование скорости промерзания, где промерзший слой подобен тепловой трубе, а с учетом низкого влагосодержания материала семени кориандра, теплота фазового перехода нивелируется в процессе крио-

генного замораживания семян кориандра. Для удобства использования найденных зависимостей (рис. 5) предлагается инженерная функциональная зависимость:

$$\tau_3 = 0.947 \cdot w_k^{-0.263}; \quad (45)$$

где  $\tau_3$  – время криогенного замораживания, сек. Предлагаемая инженерная функциональная зависимость (45) позволяет оперативно регулировать время воздействия криогенного компонента (жидкий азот) в зависимости от влагосодержания семенной массы, поступающей на обработку.

**Выводы.** Математическое моделирование процесса криогенного замораживания для последующего измельчения замороженной семенной массы кориандра показало временные рамки этого процес-

са, с учетом вариабельности влагосодержания поступающей семенной массы.

Математическая модель процесса, учитывающая теплофизические характеристики основных компонентов замораживаемой семенной массы и особенности формирования температурных полей, с учетом фазового перехода в процессе шоковой заморозки, позволяет уверенно и с высокой точностью прогнозировать изменение температуры внутри семени.

Найденные зависимости процесса криогенного замораживания семян кориандра обобщены в виде интерполяционной

инженерной модели, позволяющей оперативно регулировать время воздействия криогенного компонента (жидкий азот) в зависимости от влагосодержания семенной массы, поступающей на обработку.

Предлагаемый в разработанной математической модели подход в дальнейшем может быть обобщен и использован для описания аналогичных процессов с фазовым переходом в рабочей зоне аппарата, что достаточно широко используется в технологических операциях, применяемых при тепловом воздействии на перерабатываемый продукт.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Пелипенко Т.В., Мустафаев С.К., Усов А.П. и др. Влияние фракционного состава кориандра на его технологические свойства. Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2015; 113: 105-114.
2. Jazia Sriti A.B., Iness Bettaieb A., Olfa Bachrouch A. Brahim Marzouk Chemical composition and antioxidant activity of the coriander cake obtained by extrusion. *Arabian Journal of Chemistry*. 2014.
3. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука; 1979.
4. Тарасов В.Е. Технология эфирных масел и фитопрепаратов: учебное пособие для студентов. Краснодар: КубГТУ; 2013.
5. Гинзбург А.Г., Громов М.А., Красовская Г.И. Теплофизические характеристики пищевых продуктов. Справочник. Издание второе, дополненное и переработанное. М.: Пищевая пром-сть; 1980.
6. Краткий справочник физико-химических величин / под ред. К.П. Мищенко, А.А. Равделя. 7-е изд. Л.: Химия; 1974.
7. Илюхин В.В. Физико-химические основы криоразделения пищевых продуктов. М.: Агропромиздат; 1990.
8. Кондратьев Г.М. Регулярный тепловой режим. М.: Госиздат техн.-теор. лит.; 1954.
9. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Справочная книга. Л.: Энергия; 1974.
10. Косова Н.В., Меретуков З.А., Кошевой Е.П. Теоретические основы определения прочностных свойств растительного сырья и методика их экспериментального исследования. *Новые технологии*. 2013; 3: 26-31.

### REFERENCES:

1. Pelipenko T.V., Mustafaev S.K., Usov A.P. et al. The influence of the fractional composition of coriander on its technological properties. *Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University*. 2015; 113: 105-114. (In Russ).
2. Jazia Sriti A.B., Iness Bettaieb A., Olfa Bachrouch A. Brahim Marzouk Chemical composition and antioxidant activity of the coriander cake obtained by extrusion. *Arabian Journal of Chemistry* 2014.

3. Abramovits M., Stigan I. Handbook of special functions with formulas, graphs and mathematical tables. M.: Nauka; 1979. (In Russ).
4. Tarasov V.E. Technology of essential oils and herbal preparations: a textbook for students. Krasnodar: KubSTU; 2013. (In Russ).
5. Ginzburg A.G., Gromov M.A., Krasovskaya G.I. Thermophysical characteristics of food products. Directory. Second edition, expanded and revised. M.: Food industry; 1980. (In Russ).
6. Brief reference book of physical and chemical quantities / ed. by K.P. Mishchenko A.A. Ravdelya. 7th ed. L.: Chemistry; 1974. (In Russ).
7. Ilyukhin V.V. Physico-chemical basis of cryoseparation of food products. M.: Agropromizdat; 1990. (In Russ).
8. Kondratyev G.M. Regular thermal regime. M.: Gosizdat tekhn.-teor. lit.; 1954.
9. Dulnev G.N., Zarichnyak Yu.P. Thermal conductivity of mixtures and composite materials. Reference book. L.: Energy; 1974. (In Russ).
10. Kosova N.V., Meretukov Z.A., Koshevoy E.P. Theoretical foundations for determining the strength properties of plant raw materials and methods for their experimental research. New technologies. 2013; 3:26-31. (In Russ).

### **Информация об авторах / Information about the authors**

**Надежда Валентиновна Стерехова**, аспирант, старший преподаватель кафедры строительных и общепрофессиональных дисциплин, ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»

nadia1982m@mail.ru  
тел.: +7 (928) 472 94 51

**Nadezhda V. Sterekhova**, Post graduate student, Senior lecturer, the Department of Construction and General Professional Disciplines, FSBEI HE «Maikop State Technological University»

nadia1982m@mail.ru  
tel.: +7 (928) 472 94 51

**Заур Айдамирович Меретуков**, доктор технических наук, доцент, зав. кафедрой строительных и общепрофессиональных дисциплин ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»

zaur-meretukov@yandex.ru  
тел.: +7 (906) 438 74 38

**Zaur A. Meretukov**, Dr Sci. (Engineering), Head of the Department of Construction and General Professional Disciplines, FSBEI HE «Maikop State Technological University»

zaur-meretukov@yandex.ru  
tel.: +7 (906) 438 74 38

**Сусана Юрьевна Гонежук**, аспирант, старший преподаватель кафедры строительных и общепрофессиональных дисциплин, ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»

gonezhuk.79@mail.ru  
тел.: +7 (918) 380 36 73

**Susana Y. Gonezhuk**, Postgraduate student, Senior lecturer, the Department of Construction and General Professional Disciplines, FSBEI HE «Maikop State Technological University»

gonezhuk.79@mail.ru  
tel.: +7 (918) 380 36 73

**Рита Гучипсовна Шишова**, кандидат технических наук, доцент кафедры строи-

**Rita G. Shishova**, PhD (Engineering), Associate Professor, the Department of Con-

тельных и общепрофессиональных дисциплин, ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»

shishova028@mail.ru

тел.: +7 (918) 425 85 81

struction and General Professional Disciplines, FSBEI HE «Maikop State Technological University»

shishova028@mail.ru

tel.: +7 (918) 425 85 81

#### **Заявленный вклад соавторов**

Все авторы настоящего исследования принимали непосредственное участие в планировании, выполнении и анализе данного исследования. Все авторы настоящей статьи ознакомились и одобрили представленный окончательный вариант.

#### **Claimed contribution of co-authors**

All authors of the research were directly involved in the design, execution, and analysis of the research. All authors of the article have read and approved the final version submitted.

---

Поступила в редакцию 23.03.2024; поступила после рецензирования 03.05.2024; принята к публикации 03.05.2024

Received 23.03.2024; Revised 03.05.2024; Accepted 03.05.2024