

УДК 664.727

ББК 36.9

В-57

**Подгорный Сергей Александрович**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизации производственных процессов ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», 350072, г. Краснодар, ул. Московская, 2;

**Косачев Вячеслав Степанович**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры технологического оборудования и систем жизнеобеспечения ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», 350072, г. Краснодар, ул. Московская, 2, тел.: 8(861)2752279;

**Кошевой Евгений Пантелеевич**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологического оборудования и систем жизнеобеспечения ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», 350072, г. Краснодар, ул. Московская, 2, тел.: 8(861)2752279;

**Схалыхов Анзаур Адамович**, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры технологий, машин и оборудования пищевых производств, декан технологического факультета ФГБОУ ВПО «Майкопский государственный технологический университет», 385000, Республика Адыгея, г. Майкоп, ул. Первомайская, 191, тел.: 8(8772)570412.

## ВЛАЖНОСТНО-ТЕМПЕРАТУРНЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПРИ СУШКЕ

(рецензирована)

*В работе проведено математическое описание изменения основных параметров процесса сушки во времени. Определены оптимальные и обеспечивающие качество продукта режимы процесса.*

*Ключевые слова: кинетика сушки, температура, влажность, математическая модель*

**Podgorny Sergey Alexandrovich**, Candidate of Technical Sciences, assistant professor of the Department of Automation of Manufacturing Processes of FSBEI HPE «Kuban State Technological University», 350072, Krasnodar, 2 Moscovskaya Str.;

**Kosachev Vyacheslav Stepanovich**, Doctor of Technical Sciences, professor, professor of the Department of Technological Equipment and Life-support Systems of FSBEI HPE «Kuban State Technological University», 350072, Krasnodar, 2 Moscovskaya Str., tel.: 8(861)2752279;

**Koshevoy Eugenyi Panteleyevich**, Doctor of Technical Sciences, professor, head of the Department of Machines and Equipment of Food Production of FSBEI HPE «Kuban State Technological University», 350072, Krasnodar, 2 Moscovskaya Str., tel.: 8(861)2752279;

**Skhalyakhov Anzaur Adamovich**, Doctor of Technical Sciences, associate professor, professor of the Department of Technologies, Machinery and Equipment for Food Production, dean of the Technological Faculty of FSBEI HPE «Maikop State Technological University», 385000, Republic of Adyghea, Maikop, 191 Pervomayskaya Str., tel.: 8(8772)570412.

## HUMID-TEMPERATURE KINETIC DEPENDENCES WHEN DRYING

(reviewed)

*The mathematical description of the changes in the basic parameters of the drying process in time has been conducted. Optimal regimes of the process ensuring product quality have been defined.*

*Keywords: kinetics of drying, temperature, humidity, mathematical model.*

Кинетические зависимости процесса сушки, т.е. описание во времени изменения основных параметров, имеют большое практическое значение для управления процессом, определения режимов обеспечивающих качество продукта и энергетических затрат на проведение данного процесса. При этом качество получаемых кинетических зависимостей определяется правильным определением механизма процесса и применением соответствующих математических моделей [1].

Важность данного процесса определяет многочисленность работ и подходов в этой области. Существенно упрощается задача, если осуществляется поиск изменения во времени одного параметра – влагосодержания. Известны многочисленные работы в этом направлении с

эмпирическим подбором уравнения кинетики. Эти зависимости имеют ограниченное применение как по применяемому в экспериментах способу сушки, так и диапазону режимов.

Важными являются не только зависимости изменения влажности материала при сушке, но и температурные зависимости нагрева высушиваемого материала. Фундаментальной работой в области теории сушки является обоснование Лыковым А.В. [2] системы дифференциальных уравнений, описывающих изменения влагосодержания, температуры и давления. Сложность решения этой системы затрудняет ее практическое использование [3]. Сделана попытка [4] описать кинетику процесса сушки на основе перехода к потенциалам массопереноса. В практически важном диапазоне зависимость потенциала массопереноса от температуры слабая и это служит основанием перейти к решению единственного дифференциального уравнения массопереноса.

Упрощением является рассмотрение [5] системы обыкновенных дифференциальных уравнений на основе составления балансов массы и тепла в ходе процесса сушки. В этом случае не рассматриваются поля влагосодержания и температуры внутри материала, а ограничиваются их средними значениями.

$$\begin{aligned} m_s \frac{dX}{d\tau} &= -Q_m \\ m_s \cdot c \frac{dT}{d\tau} &= Q_T - Q_m \end{aligned} \quad (1)$$

где  $X$  и  $T$  – влагосодержание и температура;  $c$  – удельная теплоемкость влажного материала,  $Q_m = A \cdot J_m$  – конвективный поток влажности,  $Q_T = A \cdot l \cdot J_T$  – конвективный поток тепла;  $A$  и  $m_s$  – площадь поверхности и масса сухого материала,  $l$  – скрытая теплота испарения.

Удельные потоки массы и тепла на основе термодинамики необратимых процессов можно представить системой уравнений:

$$J_T = L_{11} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_a} \right) + L_{12} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\mu_a}{T_a} \right) \quad (2)$$

$$J_m = L_{21} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_a} \right) + L_{22} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\mu_a}{T_a} \right) \quad (3)$$

Рассматривая [5] конвективную сушку с массопереносом между граничным слоем влажного воздуха и сушильным агентом, пренебрегая эффектами Соре и Дюфора и соответственно  $L_{12} = L_{21} = 0$ , зависимости (2) и (3) принимают следующий вид:

$$J_T = h_T (T_a - T) \quad (4)$$

$$J_m = L_{22} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\mu_a}{T_a} \right) \approx h_m \ln \frac{x}{x_0} = h_m \ln \frac{\varphi|_{\partial B} p_{wn}(T)}{\varphi_a p_{wn}(T)} \quad (5)$$

где  $h_T = L_{11}/T_a$  называют «коэффициентом конвективной теплопередачи»;  $h_m = L_{22} R$  называют «коэффициентом конвективной передачи пара»;  $R$  – газовая константа,  $x$  – мольное отношение концентрации пара в воздухе;  $\varphi = (P_w/P_{wn})_T$  относительная воздушная влажность и  $p_{wn}$  парциальное давление пара для влажного состояния.

В работе [5] представили систему дифференциальной форме, которую можно преобразовать к нормальной форме избавившись от  $m_s$  в левой части уравнений.

$$\begin{aligned} \frac{dX(\tau)}{d\tau} &= - \frac{A_m \cdot h_m}{m_s} \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot p_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot p_{wn}(T_a)} \right\} \\ \frac{d}{d\tau} \{ [c_s + c_l \cdot X(\tau)] \cdot T(\tau) \} &= \frac{A_T \cdot h_T}{m_s} \cdot [T_a - T(\tau)] - \frac{A_m \cdot l \cdot h_m}{m_s} \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot p_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot p_{wn}(T_a)} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

Второе уравнение содержит произведение дифференцируемых функций, которое преобразуем по формуле производной произведения функций:

$$\frac{dX(\tau)}{d\tau} = -k_1 \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\}$$

$$[c_I \cdot X(\tau) + c_s] \cdot \frac{dT(\tau)}{d\tau} + c_I \cdot T(\tau) \cdot \frac{dX(\tau)}{d\tau} = k_2 \cdot [T_a - T(\tau)] - k_3 \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\} \quad (7)$$

где  $k_1 = \frac{A_m \cdot h_m}{m_s}$ ;  $k_2 = \frac{A_T \cdot h_T}{m_s}$ ;  $k_3 = \frac{A_m \cdot l \cdot h_m}{m_s}$

Подставляя значение производной влажности из первого уравнения во второе, получаем следующее выражение для температурной зависимости:

$$[c_I \cdot X(\tau) + c_s] \cdot \frac{dT(\tau)}{d\tau} - c_I \cdot T(\tau) \cdot k_1 \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\} = k_2 \cdot [T_a - T(\tau)] - k_3 \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\} \quad (8)$$

которое нормализуем относительно производной от температурной зависимости:

$$\frac{dT(\tau)}{d\tau} = k_1 \cdot \frac{c_I \cdot T(\tau) \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\}}{[c_I \cdot X(\tau) + c_s]} + k_2 \cdot \frac{[T_a - T(\tau)]}{[c_I \cdot X(\tau) + c_s]} - k_3 \cdot \frac{\ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\}}{[c_I \cdot X(\tau) + c_s]} \quad (9)$$

Таким образом, получена система нормальных уравнений следующего вида:

$$\frac{dX(\tau)}{d\tau} = -k_1 \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\}$$

$$\frac{dT(\tau)}{d\tau} = k_1 \cdot \frac{c_I \cdot T(\tau) \cdot \ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\}}{[c_I \cdot X(\tau) + c_s]} + k_2 \cdot \frac{[T_a - T(\tau)]}{[c_I \cdot X(\tau) + c_s]} - k_3 \cdot \frac{\ln \left\{ \frac{\varphi|_{\partial B} \cdot P_{wn}[T(\tau)]}{\varphi_a \cdot P_{wn}(T_a)} \right\}}{[c_I \cdot X(\tau) + c_s]} \quad (10)$$

где относительная воздушная влажность на поверхности зерна определяется формулой:

$$\varphi|_{\partial B} = \begin{cases} 1 \\ 1 - (1 - \varphi_a) \cdot (X_{cr} - X) / (X_{cr} - X_{eq}) \end{cases} \quad (11)$$

где верхнее значение для  $X \geq X_{cr}$ , а нижнее – для  $X_{cr} \geq X \geq X_{eq}$ , которое ограничивает пределы существования решения от влажности равной  $X_{cr}$  до влажности равной  $X_{eq}$ .

Необходимо также учесть сжатие материала в ходе сушки. Часто принимается линейная зависимость, которая после преобразования в работе [5] принимает вид:

$$\frac{A(X)}{A_0} = \left[ \frac{V(X)}{V_0} \right]^{2/3n} = \left[ (1-b) \frac{X}{X_0} + b \right]^{2/3n} \quad (12)$$

В работе [6] приведены для сои значения объема семян при влагосодержании 0,071 кг/кг объем  $1,285 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$  и при влагосодержании 0,113 кг/кг объем  $1,348 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$ . С учетом этих значений определено начальное приближение для  $b = 0,917$  и  $n = 0,5$  для начального влагосодержания  $X_0 = 0,28$  кг/кг.

Для идентификации параметров модели использовали экспериментальные данные по сушке семян сои в тонком слое [7]. В данных представлены только кривые сушки и параметры режима: скорость сушильного агента в диапазоне от 0,5 до 2,5 м/с; температура сушильного агента от 295К до 325К; начальное влагосодержание от 0,24 кг/кг до 0,35 кг/кг.

Идентификация параметров производилась по методу Нелдера-Мида, также известного как метод деформируемого многогранника и симплекс-метод, метод безусловной оптимизации функции от нескольких переменных, не использующий производной (точнее – градиентов) функции, а поэтому он легко применим к негладким и/или зашумленным функциям.

Для идентифицированных параметров рассматривали зависимости от основного фактора – скорости сушильного агента. На рисунке 1 представлены кривые сушки и нагрева в тонком слое семян сои при скорости воздуха 0,5 м/сек.

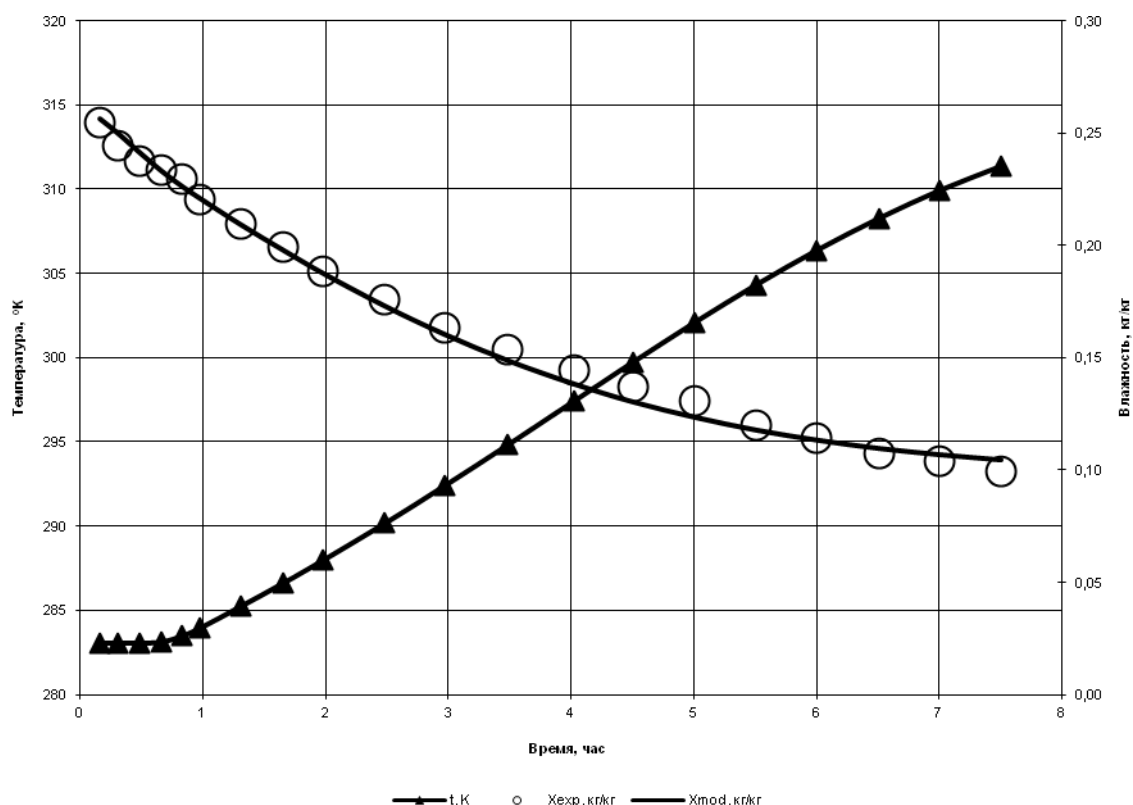


Рис. 1. Кривые сушки и нагрева в тонком слое семян сои при скорости воздуха 0,5 м/сек (точки экспериментальные данные по сушке, сплошные линии расчетные данные)

В диапазоне скорости воздуха от 0,5 м/с до 2,5 м/с отмечены слабые зависимости для параметров сжимаемости  $\nu$  уменьшается с 0,915 до 0,874; параметр  $\rho$  практически не изменяется от 0,9 до 0,896. Коэффициент конвективной передачи пара  $h_m$  практически не меняется, тогда как коэффициент конвективной теплопередачи  $h_T$  зависит от скорости сушильного агента (рисунок 2).

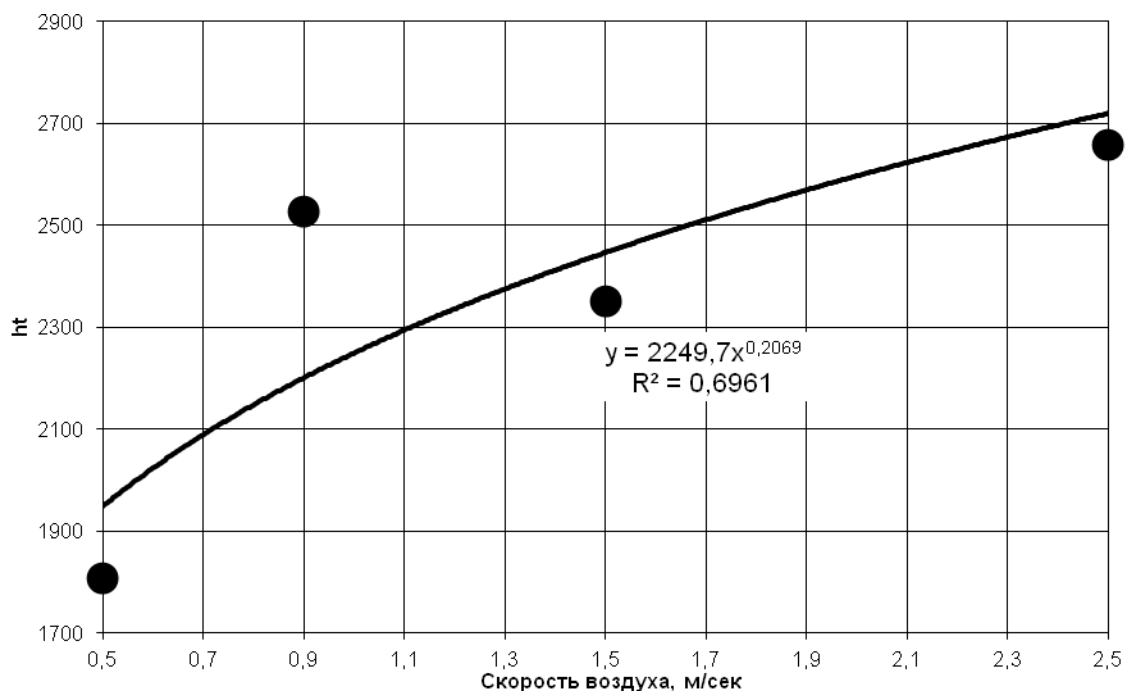


Рис. 2. Регрессионное уравнение для коэффициента конвективной теплопередачи

В заключении отметим, что температурная кривая полностью восстановлена с помощью математической модели по данным кинетики сушки.

#### ***Литература:***

1. Коновалов В.И., Кудра Т., Гатапова Н.Ц. Современные вопросы теории переноса при сушке // Вестник ТГТУ. 2008. Т. 14, №3. С. 538-559.
2. Лыков А.В. Теплообмен: справочник. М.: Энергия, 1971. 560 с.
3. Подгорный С.А., Кошевой Е.П., Косачев В.С. Математическое моделирование процессов сушки и кондиционирования зерна. Потенциалы массопереноса. LAMBERT Academic Publishing, 2012.
4. Boeri C.N., Khatchatourian O. Modeling Convective Drying of Soybean (Glycine Max L): experiments and Numerical Simulation. Advances in Mathematical and Computational Methods. 2012. Vol. 2, Number 1, March.
5. Irigoyen R.M.T., Giner S.A. Volume and density of whole soybean products during hot-air thermal treatment in fluidised bed. Journal of Food Engineering 102 (2011). P. 224-232.
6. Kowalski S.J., Mierzwa D. Numerical analysis of drying kinetics for shrinkable products such as fruits and vegetables. Journal of Food Engineering 114. (2013) P. 522-529.
7. Srikiatden J., Roberts J. S. Moisture transfer in solid food materials: a review of mechanisms, models, and measurements. International Journal of Food Properties, 2007. №10. P. 739-777.

#### ***References:***

1. Konovalov V.I., Kudra T., Gatapova N.Ts. Contemporary Issues of transfer theory when drying // Bulletin of TGTU. 2008. V. 14. № 3. P. 538-559.
2. Lykov A.V. Heat and mass transfer: reference book. M.: Energy, 1971. 560 p.
3. Podgorny S.A., Koshevoy E.P., Kosachev V.S. Mathematical modeling of drying and conditioning of grain. Mass transfer potentials. LAMBERT Academic Publishing, 2012.
4. Boeri C.N., Khatchatourian O. Modeling Convective Drying of Soybean (Glycine Max L): Experiments and Numerical Simulation. Advances in Mathematical and Computational Methods. Volume 2. Number 1. March, 2012.
5. Irigoyen R.M.T., Giner S.A. Volume and density of whole soybean products during hot-air thermal treatment in fluidised bed // Journal of Food Engineering. №102 (2011). P. 224-232.
6. Kowalski S.J., Mierzwa D. Numerical analysis of drying kinetics for shrinkable products such as fruits and vegetables // Journal of Food Engineering 114 (2013) P. 522-529.
7. Srikiatden J., Roberts J.S. Moisture transfer in solid food materials: a review of mechanisms, models, and measurements //International Journal of Food Properties. 2007. №10. P. 739-777.