УДК 342.6
ББК 67.99(2)1
С-50

Смирнов Юрий Александрович, *кандидат технических наук, доцент кафедры «Электротехника и автоматика» Ростовского государственного строительного университета, e-mail: smirnoff.iura@yandex.ru;*
Шека Сергей Иванович, *старший преподаватель кафедры строительных и общепрофессиональных дисциплин Майкопского государственного технологического университета.*

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ДИСКРЕТНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ ПОЛОЖЕНИЕМ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ ОБЪЕКТА ИЗМЕНЯЕМОЙ СТРУКТУРЫ

(рецензирована)

Для решения задачи синтеза в статье предлагается математическая модель функционирования объекта управления изменяемой структуры, описываемая предикатно-дифферен-циальными и предикатно-разностными уравнениями. Показана методика синтеза оптимального – дискретного управления с прогнозирующей моделью положением исполнительных органов объекта изменяемой структуры, которая иллюстрируется примером.

Ключевые слова: объект управления изменяемой структуры, критерий обобщенной работы, оценка сигналов управления, алгоритм с прогнозирующей моделью.

Smirnov Yuri Alexandrovich*, Candidate of Technical Sciences, assistant professor of the Department of Electrical Engineering and Automation, Rostov State University of Civil Engineering, smirnoff.iura @ yandex.ru;*
Sheka Sergei Ivanovich*, senior lecturer of the Department of Construction and General Professional Disciplines, Maikop State Technological University.*

SYNTHESIS OF OPTIMAL DISCRETE MANAGEMENT WITH PREDICTIVE MODEL BY THE POSITION OF THE OPERATING ORGANS OF THE OBJECT OF VARIABLE STRUCTURE

(Reviewed)

To solve the problem of synthesis the mathematical model of the operating of the management object of variable structure described by the predicate- differential and predicate - difference equations has been suggested in the article. The technique of synthesis of optimal discrete management with predictive model by the position of control operating elements of the object of variable structure, which is illustrated by an example, has been offered.

Keywords: object of management of variable structure, criterion of the generalized work, evaluation of the control signals, algorithm with predictive model.

1. Математическая модель функционирования объекта изменяемой структуры. Решение задачи синтеза оптимального управления скоростью отклонения исполнительных органов непрерывного объекта на основе алгоритма с прогнозирующей моделью приведено в [1]. Для объектов управления, математические модели которых содержат кусочно-гладкие функции, претерпевающие разрывы первого рода в отдельных точках, развитие этого метода отсутствует. Процесс управления, построенный для такого объекта, может выступать лишь как локальный при стационарности структуры на ограниченном отрезке времени [2], т.е. является оптимальным на интервалах оптимизации функционирования каждой из изменяемых структур. Такой подход синтеза рассматривается в [3, 4]. Практика же проектирования требует построения алгоритмов управления, оптимальных на интервалах оптимизации, включающих в себя структурные изменения объекта.

В терминах обобщенных функций (производных) математическая модель функционирования объекта изменяемой структуры может быть представлена в виде:

$$\dot{x}_i = \sum_{l=1}^{n} a_{il}(t)\cdot x_l + \sum_{j=1}^{m} b_{ij}(t)\cdot U_j, \tag{1}$$

или в матричной форме

$$\dot{x} = A(t)\cdot x + B(t)\cdot u, \tag{2}$$

где $x = [x_1, x_2, \ldots, x_n]^T - n-$мерный вектор-столбец состояния объекта управления; $u = [u_1, u_2, \ldots, u_m]^T - m-$мерный вектор-столбец управлений;

$$A(t) = (a_{il}(t))_1^n;\ B(t) = (b_{ij}(t))\ \ (i = \overline{1,n}; j = \overline{1,m}).$$

Коэффициенты математической модели (1) объекта изменяемой структуры с течением времени имеют скачки. Каждая область изменения коэффициента в момент скачка обуславливает изменение самого состава уравнений (1). В каждой области будет свое решение, а связи между ними в разных (смежных) областях не существует. Отсюда возникает необходимость нахождения аналитического выражения для единого динамического процесса, которое можно построить на понятии гибридной функции [5]. По определению, гибридная функция есть произведение некоторой числовой функции и функции предикат. Обозначим функцию предикат буквой L. Тогда описанием изменения коэффициента в (1) с учетом наличия $\underline{v}$ скачков может служить выражение:

$$a_L(t) = \sum_{p=1}^{N} L_p^a(t,t_{\underline{v}}) \cdot a_p(t),\ p = 1,2,...,2\underline{v} = N\,, \tag{3}$$

с условиями единственности

$$L_p^a(t,t_{\underline{v}}) \Lambda L_{p+1}^a(t,t_{\underline{v}}) = 0; \tag{4}$$

и полноты

$$\underset{p=1}{\overset{N}{V}} L_p^a(t,t_{\underline{v}}) = 1. \tag{5}$$

Учитывая выражения (3)–(5), математическая модель функционирования объекта изменяемой структуры (1) может быть представлена в виде:

$$\dot{x}_i = \sum_{p=1}^{N}\sum_{l=1}^{n} L_p^{a_{il}}(t,t_{\underline{v}}) a_{ilp}(t) x_l + \sum_{p=1}^{N}\sum_{j=1}^{m} L_p^{b_{ij}}(t,t_{\underline{v}}) b_{ijp}(t) u_j\,, \tag{6}$$

с условиями единственности

$$L_p^{a_{il}}(t,t_{\underline{v}}) \Lambda L_{p+1}^{a_{il}}(t,t_{\underline{v}}) = 0;\ L_p^{b_{ij}}(t,t_{\underline{v}}) \Lambda L_{p+1}^{b_{ij}}(t,t_{\underline{v}}) = 0;$$

и полноты

$$\underset{p=1}{\overset{N}{V}} L_p^{a_{il}}(t,t_{\underline{v}}) = 1;\ \underset{p=1}{\overset{N}{V}} L_p^{b_{ij}}(t,t_{\underline{v}}) = 1.$$

В матричном виде в соответствии с (2) она запишется в следующей форме:

$$\dot{x} = \sum_{p=1}^{N} L_p^A(t,t_{\underline{v}}) A_p(t) x + \sum_{p=1}^{N} L_p^B(t,t_{\underline{v}}) B_p(t) u \tag{7}$$

с соответствующими условиями единственности

$$L_p^A(t,t_{\underline{v}}) \Lambda L_{p+1}^A(t,t_{\underline{v}}) = 0;\ L_p^B(t,t_{\underline{v}}) \Lambda L_{p+1}^B(t,t_{\underline{v}}) = 0;$$

и полноты

$$\underset{p=1}{\overset{N}{V}} L_p^A(t,t_{\underline{v}}) = 1;\ \underset{p=1}{\overset{N}{V}} L_p^B(t,t_{\underline{v}}) = 1.$$

Математическая модель функционирования объекта изменяемой структуры вида (6) или (7) описывается предикатно-дифференциальными уравнениями и учитывает наличие скачков в изменяемой динамике, т.е. отражает характерное свойство объекта управления – изменение структуры.

Для построения дискретной модели воспользуемся приближенным методом первых разностей [6]. Согласно этому методу для каждого конечного множества замкнутых интервалов $[t_p, t_{p+1}]$ заменим $x(t)$ на $x[k]$, $u(t)$ на $u[k]$, а вместо $\dot{x}(t)$ подставим выражение $\dot{x} \approx (x[k+1] - x[k]) / T_o$. Тогда в соответствии с (7) запишем

$$x[k+1] = L_p^A(t,t_{\underline{v}})[A_p(t)T_o + I]x[k] + L_p^B(t,t_{\underline{v}})T_o B_p(t) u[k], \tag{8}$$

где I – единичная матрица; $L_p^A(t,t_{\underline{v}})$, $L_p^B(t,t_{\underline{v}})$ – предикатные функции, удовлетворяющие соответственно условиям единственности и полноты для $A_p(t)$ и $B_p(t)$.

Учитывая, что $L_p^A(t,t_{\underline{v}})$ и $L_p^B(t,t_{\underline{v}})$ соответствуют замкнутому интервалу $[t_p, t_{p+1}]$, для которого они везде одинаковы, а

$$A_p(t)T_o + I = \Phi_p[k],\ T_o B_p(t) = G_p[k],$$

$$L_p^A(t,t_{\underline{v}}) = L_p^{\Phi}(k,k_p),\ L_p^B(t,t_{\underline{v}}) = L_p^G(k,k_p),$$

запишем (8) следующим образом:

$$x[k+1]=L_p^{\Phi}(k,k_p)\Phi_p[k]x[k]+L_p^G(k,k_p)G_p[k]u[k]. \qquad (9)$$

Так как количество интервалов $[t_p, t_{p+1}]$ равно $2\underline{\nu}=N,$ то на каждом из них будем иметь уравнение вида (9). Тогда, учитывая непрерывность решения и для точек замыкания интервалов $[t_p, t_{p+1}],$ запишем сумму по всем p в правой части (9)

$$x[k+1]=\sum_{p=1}^{N}L_p^{\Phi}(k,k_p)\Phi_p[k]x[k]+\sum_{p=1}^{N}L_p^G(k,k_p)G_p[k]u[k], \qquad (10)$$

с условиями единственности

$$L_p^{\Phi}(k,k_p)\Lambda L_{p+1}^{\Phi}(k,k_{p+1})=0;\ L_p^G(k,k_p)\Lambda L_p^G(k,k_{p+1})=0;$$

и полноты

$$\overset{N}{\underset{p=1}{V}} L_p^{\Phi}(k,k_p)=1;\ \overset{N}{\underset{p=1}{V}} L_p^G(k,k_p)=1.$$

Уравнение (10) с соответствующими условиями единственности и полноты будет являться дискретной математической моделью функционирования объекта управления изменяемой структуры. Эта модель представлена предикатно-разностными уравнениями.

2. Математическая формулировка задачи синтеза и метод ее решения. Рассмотрим задачу синтеза для объекта изменяемой структуры, описываемого на основании (10), следующими предикатно-разностными уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} x[k+1]&=\sum_{p=1}^{N}L_p^A(k,k_p)A_p[k]x[k]+\sum_{p+1}^{N}L_p^B(k,k_p)B_p[k]y[k];\\ y[k+1]&=y[k]+C[k]u[k]\end{aligned}\right\}, \qquad (11)$$

где $x[k]-n$-мерный вектор-столбец состояния объекта управления; $y[k]-l-$ мерный вектор-столбец положения исполнительных органов; $u[k]-m-$ мерный вектор-столбец управлений; $C[k]-(l\times m)$ – матрица переменных коэффициентов, характеризующих эффективность управлений; $A_p[k], B_p[k]$ – соответственно $(n\times n),(n\times l)$ матрицы переменных коэффициентов состояния объекта и эффективности исполнительных органов в интервале моментов времени k между каждым $\underline{\nu}$ - м $(p=1,2,...,2\underline{\nu}=N)$ структурным его изменением; $L_p^A(k,k_p), L_p^B(k,k_p)-$ предикатные функции для матриц $A_p[k], B_p[k],$ принимающие значения 0 или 1 в зависимости от значений k и k_p, удовлетворяющие условиям единственности

$$L_p^A(k,k_p)\Lambda L_{p+1}^A(k,K_{p+1})=0; L_p^B(k,k_p)\Lambda L_{p+1}^B(k,k_{p+1})=0 \qquad (12)$$

и полноты

$$\overset{N}{\underset{p=1}{V}} L_p^A(k,k_p)=1; \overset{N}{\underset{p=1}{V}} L_p^B(k,k_p)=1. \qquad (13)$$

На основании условий (12), (13) можно записать, что $L_p^A(k,k_p)=L_p^B(k,k_p)=L_p(k,k_p).$

Тогда, введя расширенный вектор состояния $[x^T[k]y^T[k],$ (11) преобразуем к виду

$$\begin{bmatrix} x[k+1]\\ y[k+1]\end{bmatrix}=\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)\begin{bmatrix} A_p[k] & B_p[k]\\ 0 & E\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x[k]\\ y[k]\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0\\ C[k]\end{bmatrix}u[k], \qquad (14)$$

где E и 0 – единичная и нулевая матрицы.

С помощью дискретного аналога критерия обобщенной работы:

$$I=\left[x^T[\underline{\mu}]y^T[\underline{\mu}]\right]G[\underline{\mu}]\begin{bmatrix} x[\underline{\mu}]\\ y[\underline{\mu}]\end{bmatrix}+$$
$$\sum_{k=k_0}^{\mu-1}\left\{\left[x^T[k]y^T[k]\right]Q[k]\begin{bmatrix} x[k]\\ y[k]\end{bmatrix}+u^T[k]R[k]u[k]+\Psi(k,x[k],y[k]\right\}, \qquad (15)$$

где $G[\underline{\mu}], Q[k]$ – положительно полуопределенные, а $R[k]$ – положительно определенные матрицы;

$$\Psi(k,x[k],y[k])=\left[x[k]y[k]\right]\begin{bmatrix}\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)A_p[k] & \mathrm{C}\\ \sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)B_p(k) & \mathrm{E}\end{bmatrix}\Gamma^T[k+1]\times$$

$$\times\left(\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)A_p[k]x[k]+\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)B_p[k]y[k]\right)\cdot 2\cdot C[k]\times$$

$$\times([2R[k]+2C^T[k](x^T[k]\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)A_p^T(k)+y^T[k]\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)B_p^T[k]\times$$

$$\times\Gamma[k+1]\left(\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)A_p[k]x[k]+\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)B_p[k]y[k])C[k]]^{-1}\right)^T C^T[k]\times$$

$$\times 2\times\left(x^T[k]\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)A_p^T[k]+y^T[k]\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)B_p^T[k]\right)\Gamma[k+1]\times$$

$$\times\begin{bmatrix}\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)A_p[k] & \sum L_p(k,k_p)B_p[k]\\ 0 & E\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{x[k]}\\ \mathrm{y[k]}\end{bmatrix}$$

– оценка сигналов управления оптимальной системы; $k_0,\underline{\mu}$ – соответственно моменты начала и окончания интервала оптимизации.

Задача состоит в определении оптимального дискретного управления положением исполнительных органов, минимизирующего в процессе функционирования объекта изменяемой структуры функционал (15) на решениях (14).

На основании связи метода функций Ляпунова с методом динамического программирования [8] оптимальное управление $\tilde{u}[k]$ должно минимизировать функционал I (15), если существует положительно определенная функция $V(k,x[k],y[k])$, удовлетворяющая условиям (2), (3). Предположим, что для любой точки $[x^T[k]y^T[k]]$ и некоторой ее окрестности известно значение оптимальной функции Ляпунова-Беллмана $V(k,x[k],y[k])$ вида

$$V(k,x[k],y[k])=[x^T[k]y^T[k]]\Gamma[k]\begin{bmatrix}x[k]\\ y[k]\end{bmatrix}. \tag{16}$$

Этой точке соответствует некоторое значение пока еще неизвестного оптимального управления $\tilde{u}[k]$. Предполагаем, что в начале каждого такта работы системы блок контроля (оценивания) реального управляемого процесса определяет вектор состояния $[x^T[k]y^T[k]]$ и задает начальное условие в модель свободного движения объекта изменяемой структуры вида

$$\begin{bmatrix}x^M[k+1]\\ y^M[k+1]\end{bmatrix}=\sum_{p=1}^{N}L_p(k,k_p)\begin{bmatrix}A_p[k] & \mathrm{B_p}[k]\\ 0 & \mathrm{E}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{x^M}[k]\\ y^M[k]\end{bmatrix}, \tag{17}$$

обеспечивая в начале каждого такта *k* равенство

$$x^M[k]=x[k], y^M[k]=y[k]. \tag{18}$$

По уравнению (14) заданной точке $\left[x^T[k]\ \mathrm{y^T}[k]\right]$ соответствует некоторая точка $\left[x^T[k+1]\ \ \mathrm{y^T}[k+1]\right]$, для которой существует функция

$$V(k+1,x[k+1],y[k+1])=\left[x^T[k+1]\ \mathrm{y^T}[k+1]\right]\Gamma[\mathrm{k}+1]\begin{bmatrix}\mathrm{x[k+1]}\\ \mathrm{y[k+1]}\end{bmatrix}. \tag{19}$$

Разлагая функцию $V(k+1,x[k+1],y[k+1])$ (19) в ряд Тейлора относительно расширенного вектора свободного движения $\left[(x^M[k+1])^T(y^M[k+1])^T\right]$, подставляя ее в условие (3) и используя правило векторного дифференцирования по $u[k]$, получим оптимальное дискретное управление положением исполнительных органов в виде:

$$\tilde{u}[k]=-\left[2R[k]+c^T[k]\frac{d^2V(k+1,x^M[k+1],y^M[k+1])}{(dy^M[k+1])^2}C[k]\right]^{-1}\times \tag{20}$$

$$\times C^T[k]\frac{dV(k+1,x^M[k+1],y^M[k+1]}{dy^M[k+1]}.$$

Подставив значение $\tilde{u}[k]$ в условие (16) и учитывая, что

$$V(k+1, x^M[k+1], y^M[k+1]) - V(k, x[k], y[k]) = -[x^T[k] y^T[k]] Q[k] \begin{bmatrix} x[k] \\ y[k] \end{bmatrix}, \tag{21}$$

нетрудно убедиться в его выполнении. Выражение (21) с учетом (18) можно записать в виде

$$\begin{aligned} & V(k+1, x^M[k+1], y^M[k+1]) - V(k, x^M[k], y^M[k]) = \\ & = -[(x^M[k])^T (y^M[k])^T] Q[k] \begin{bmatrix} x^M[k] \\ y^M[k] \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{22}$$

Просуммируем левую и правую части (22) по k от k_0 до $(\underline{\mu}-1)$ и с учетом равенства

$$V(k+1, x^M[k+1], y^M[k+1])\big|_{k=\underline{\mu}-1} = [x^T[\underline{\mu}] y^T[\underline{\mu}]] G[\underline{\mu}] \begin{bmatrix} x[\underline{\mu}] \\ y[\underline{\mu}] \end{bmatrix},$$

получим

$$\begin{aligned} & V(k_0, x^M[k_0], y^M[k_0]) = [x^T[\underline{\mu}] y^T[\underline{\mu}]] G[\underline{\mu}] \begin{bmatrix} x[\underline{\mu}] \\ y[\underline{\mu}] \end{bmatrix} + \\ & + \sum_{k=k_0}^{\underline{\mu}-1} [(x^M[k])^T (y^M[k])^T] Q[k] \begin{bmatrix} x^M[k] \\ y^M[k] \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{23}$$

Так как в качестве начального k_0 в процессе функционирования объекта изменяемой структуры может быть выбрано любое $k \in [k_0, (\underline{\mu}-1)]$, то, взяв его равным $k+1$, на основании (23) можно записать

$$\begin{aligned} & V(k+1, x^M[k+1], y^M[k+1]) = [x^T[\underline{\mu}] y^T[\underline{\mu}]] G[\underline{\mu}] \begin{bmatrix} x[\underline{\mu}] \\ y[\underline{\mu}] \end{bmatrix} + \\ & + \sum_{r=k+1}^{\underline{\mu}-1} [(x^M[r])^T (y^M[r])^T] Q[r] \begin{bmatrix} x^M[r] \\ y^M[r] \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{24}$$

Выражение (24) определяет функцию Ляпунова-Беллмана $V(k+1, x^M[k+1], y^M[k+1])$ в процессе функционирования объекта управления изменяемой структуры на основе решения уравнения прогнозирующей модели (17).

Следовательно, для синтеза оптимального дискретного управления с прогнозирующей моделью положением исполнительных органов объекта изменяемой структуры на каждом k-ом такте его функционирования необходимо: 1) решить уравнение прогнозирующей модели (17) при известных начальных условиях (18); 2) вычислить согласно (24) функцию $V(k+1, x^M[k+1], y^M[k+1])$; 3) путем численного дифференцирования определить первую и вторую частные производные функции $V(k+1,\ x^M[k+1], y^M[k+1])$ по вектору $y^M[k+1]$; 4) вычислить $\tilde{u}[k]$ по формуле (20). Синтезированные таким образом управления воздействуют на исполнительные органы объекта в течение всего k-го такта. На *(k+1)-м* такте измеряется вектор $[x^T[k+1]\, y^T[k+1]]$ и цикл вычислений повторяется. Полученное оптимальное дискретное управление требует определения частных производных функции Ляпунова-Беллмана на решении уравнения прогнозирующей модели объекта изменяемой структуры. В явном виде из полученного выражения для управления (20) не видна полная функциональная зависимость. Она же представляет определенный интерес и отличается от подобных зависимостей, полученных другими методами.

3. Пример. Определим оптимальный дискретный алгоритм управления с прогнозирующей моделью положением исполнительных органов объекта управления изменяемой структуры, описываемых следующим уравнением:

$$\begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \\ y_1[k+1] \end{bmatrix} = \left\{ L_1(k,k_1) \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0 \\ T_0 a_{(21)1}[k] & T_0 a_{(22)1}[k]+1 & T_0 a_{(23)1}[k] \\ 0 & 0 & 1-\dfrac{T_0}{T} \end{bmatrix} + \right.$$

$$\left. + \; L_2(k,k_2) \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0 \\ T_0 a_{(21)2}[k] & T_0 a_{(22)2}[k]+1 & T_0 a_{(23)2}[k] \\ 0 & 0 & 1-\dfrac{T_0}{T} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ y_1[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{T_0 K}{T} \end{bmatrix} u[k].$$

Здесь $T_0 = 0{,}05;\ K = 2;\ k_1 \le 20;\ k_2 \ge 21;\ T = 0{,}07;$

$$a_{(21)1}[k] = 4{,}2 + 0{,}034k; \qquad a_{(21)2}[k] = 10{,}87 - 0{,}0135k;$$

$$a_{(22)1}[k] = -0{,}2 - 0{,}0017k; \quad a_{(22)2}[k] = -0{,}2547 - 0{,}00077k;$$

$$a_{(23)1}[k] = -11{,}0 + 0{,}026k; \quad a_{(23)2}[k] = -13{,}1 - 0{,}005k.$$

Качество переходных процессов в синтезируемой системе рассматриваемого объекта управления изменяемой структуры зададим в виде:

$$I = \sum_{k=0}^{40} \left\{ 0{,}000289 x_1^2[k] + 0{,}000046 x_2^2[k] + 0{,}01 y_1^2[k] + 0{,}5 u^2[k] + \Psi(k, x[k], y[k]) \right\}.$$

Оптимальное дискретное управление с прогнозирующей моделью положением исполнительного органа объекта определяется выражением

$$\tilde{u}[k] = -\left[1 + (1{,}42)^2 \frac{d^2 V(k+1, x^M[k+1], y_1^M[k+1])}{(dy_1^M[k+1])^2} \right]^{-1} \times$$

$$\times\, 0{,}1 \frac{dV(k+1, x^M[k+1], y_1^M[k+1])}{dy_1^M[k+1]},$$

для которого соответствующая функция Ляпунова-Беллмана отыскивается из соотношения

$$V\big(k+1, x^M[k+1], y_1^M[k+1]\big) =$$

$$= \sum_{r=k+1}^{40} \left\{ 0{,}000289 (x_1^M[r])^2 + 0{,}000046 (x_2^M[r])^2 + 0{,}01 (y_1^M[r])^2 \right\}$$

на прогнозирующей модели объекта управления изменяемой структуры вида

$$\begin{bmatrix} x_1^M[k+1] \\ x_2^M[k+1] \\ y_1^M[k+1] \end{bmatrix} = \left\{ L_1(k,k_1) \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0 \\ T_0 a_{(21)1}[k] & T_0 a_{(22)1}[k]+1 & T_0 a_{(23)1}[k] \\ 0 & 0 & 1-\dfrac{T_0}{T} \end{bmatrix} + \right.$$

$$\left. + L_2(k,k_2) \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0 \\ T_0 a_{(21)2}[k] & T_0 a_{(22)2}[k]+1 & T_0 a_{(23)2}[k] \\ 0 & 0 & 1-\dfrac{T_0}{T} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} x_1^M[k] \\ x_2^M[k] \\ y_1^M[k] \end{bmatrix}.$$

При решении задачи для первого структурного состояния объекта принимались начальные условия $x_1[0] = 0{,}49;\ x_2[0] = 0;\ y_1[0] = 0.$ Результаты расчета приведены на рис.1, на котором изображены графики управления и переходных процессов в системе на интервале оптимизации *[0, 40]*, включающем в себя одно структурное изменение объекта при *k = 20*. Пример просчитан с помощью разработанной компьютерной программы.

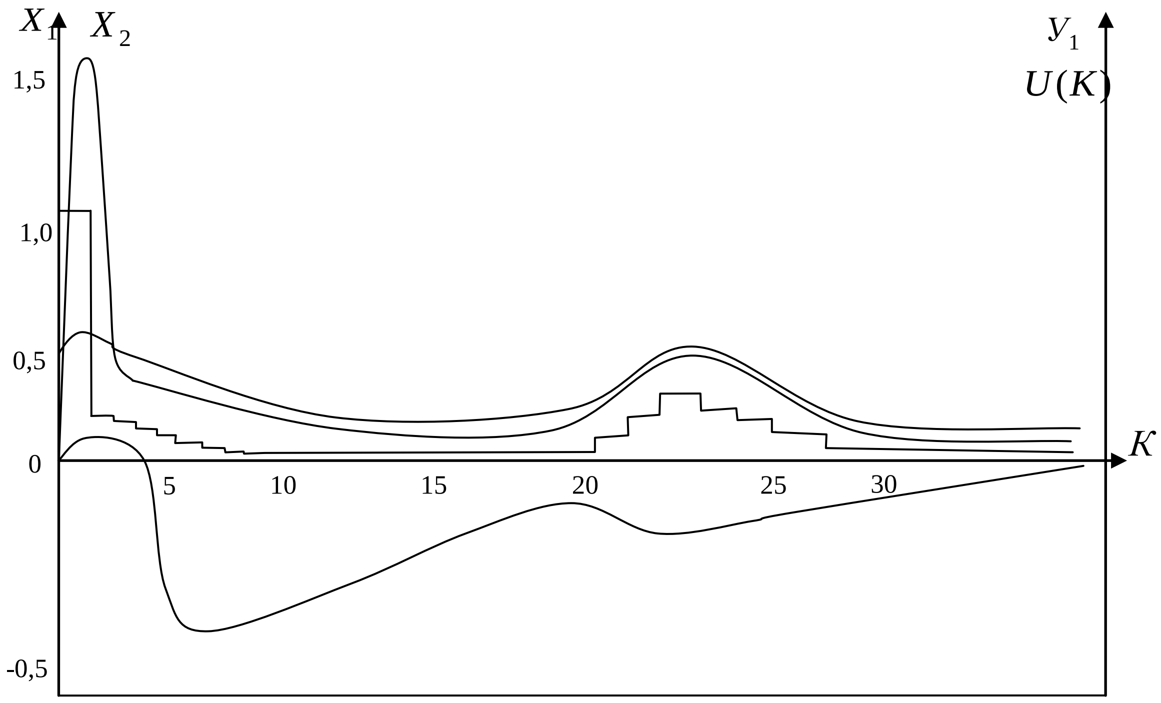

Рис. 1. Графики управления и переходных процессов в системе управления объектом с двумя структурными состояниями

Литература:

1. Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. М.: Наука, 1977.
2. Жук К.Д., Тимченко А.А. Автоматизированное проектирование логико-динамических систем. Киев: ИК АН УССР, 1981.
3. Казаков И.Е., Артемьев В.М. Оптимизация динамических систем случайной структуры. М.: Наука, 1980.
4. Смирнов Ю.А., Тищенко Л.Г. Синтез дискретного алгоритма управления положением исполнительных органов объекта, описываемого логико-разностными уравнениями // Известия вузов. Приборостроение. 1984. №6.
5. Терно О.Р. Гибридные функции – новый метод описания сложных систем // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1965. №6.
6. Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салычев О.С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М.: Машиностроение, 1978.
7. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973.
8. Бондарос Ю.Г. Аналитическое конструирование контуров управления для дискретных систем с полиномиальными характеристиками // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1975. №3.
9. Ванюрихин Г.И., Иванов В.М. Синтез оптимальных дискретных управлений по критерию обобщенной работы // Там же. 1981. №3.

References:

1. Krasovskii A.A., Bukov V.N., Shendrik V.S. Universal algorithms for optimal control of continuous processes. M.: Nauka, 1977.

2. Zhuk K.D., Timchenko A.A. Automated design of logic-dynamic systems. Kiev: IR AS USSR, 1981.

3. Kazakov I.E., Artemyev V.M. Optimization of dynamic systems of random structure. M.: Nauka, 1980.

4. Smirnov Y.A., Tishchenko L.G. Synthesis of discrete control algorithm by position of operating objects described by the logical-difference equations // Proceedings of Universities. Machine building. 1984. № 6.

5. Terno O.R. Hybrid functions - a new method of describing complex systems // Proceedings of the AS the USSR. Technical Cybernetics. 1965. № 6.

6. Kuzovkov N.T., Karabanov S.V., Salychev O.S. Continuous and discrete control systems and *identifi-cation techniques. M.: Mashinostroenie, 1978.*

7. Krasovskii A.A. Automatic flight control system and its analytical design. M.: Nauka, 1973.

8. Bondaros J.G. Analytical design of control loops for discrete systems with polynomial characteristics // Proceedings of the AS the USSR. Technical Cybernetics. 1975. №3.

9. Vanyurikhin G.I., Ivanov V.M. Synthesis of optimal discrete controls by the generalized work criterion // Proceedings of the AS the USSR. Technical Cybernetics. 1981. №3.