

Маилян Дмитрий Рафаэлович, профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный строительный университет»;

Хомич Леонид Анатольевич, аспирант ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный университет»;

Блягоз Алик Моссович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных и общепрофессиональных дисциплин ФГБОУ ВПО «Майкопский государственный технологический университет».

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА
ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ОБЖАТИЯ
НА СВОЙСТВА ВЫСОКОПРОЧНОГО БЕТОНА**

(рецензирована)

В статье приводятся результаты исследований влияния предварительного обжатия на свойства высокопрочных бетонов. Даны расчетные формулы и графики.

Ключевые слова: предварительное обжатие, высокопрочные бетоны, уровень обжатия.

Mailyan Dmitry Rafaelovich, professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures of FSBEI HPE "Rostov State University of Civil Engineering";

Khomich Leonid Anatolievich, postgraduate of FSBEI HPE "Rostov State University";

Blyagoz Alec Mossovich, Candidate of Technical Sciences, assistant professor of the Department of Construction and General Professional disciplines of FSBEI HPE "Maikop State Technological University".

**APPLICATION OF EXPERIMENT MATHEMATICAL PLANNING TO ASSESS THE EFFECT
OF PRELIMINARY PRESSING OUT ON HIGH-STRENGTH CONCRETE PROPERTIES**

(reviewed)

The article presents the results of the effect of preliminary compression on high strength concrete properties. Formulas and graphs have been presented.

Keywords: pre-compression, high-strength concrete, the level of compression.

Для установления зависимости коэффициентов, учитывающих влияния убывающего во времени предварительного обжатия на свойства высокопрочного бетона от основных факторов, был использован метод планирования эксперимента. В качестве основных факторов, влияющую на указанную зависимость, были приняты начальный уровень обжатия $\eta_{\tau=\frac{\sigma_{\delta\tau}}{R_{\tau}}}$ и возраст бетона в момент обжатия. При этом для данной зависимости принимались неизменными кубиковая прочность необжатого бетона ($R = 80$ МПа) и продолжительность обжатия $t-\sigma = 50$ сут.

Значения факторов и интервалы варьирования приводятся в табл. 1.

Таблица 1 - К планированию экспериментов

Код	Значение кода	Значения факторов в натуральных единицах	
Основной уровень	0	0,35	28
Интервал варьирования	ΔX_1	0,20	21
Верхний уровень	+	0,55	49
Нижний уровень	-	0,15	7

Поставленная задача приводит к двухфакторному трехуровневому плану эксперимента. Матрица такого плана применительно к коэффициенту, учитывающему изменение кубиковой прочности высокопрочного бетона при длительном обжатии, приводится в таблице 2. В эту таблицу внесены опытные данные, обработка которых позволит вычислить коэффициенты уравнения

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2 + b_{12} X_1 X_2 \quad (1)$$

Для рассматриваемого примера $\hat{y}_i = \frac{R\alpha}{R}$, значения $X_i = \frac{\bar{X}_i - \bar{X}_{i0}}{\Delta \bar{X}_i}$, где X_i – кодированное значение

фактора; \bar{X}_i – значение фактора в натуральных единицах; \bar{X}_{i0} – значение основного уровня в натуральных единицах.

В данном примере

$$X_1 = \frac{\eta_{\sigma-0,35}}{0,2}; \quad (2)$$

$$X_2 = \frac{\sigma-28}{21}. \quad (3)$$

Входящие в уравнение (1) коэффициенты вычисляются по следующим формулам:

$$b_0 = 0,2632 \sum_i^N y_i - 0,1579 (\sum_i^N \bar{X}_1^2 y_i + \sum_i^N \bar{X}_2^2 y_i); \quad (4)$$

$$b_1 = 0,1667 \sum_i^N \bar{X}_1 y_i; \quad (5)$$

$$b_2 = 0,1667 \sum_i^N \bar{X}_2 y_i; \quad (6)$$

$$b_{11} = -0,1579 \sum_i^N y_i + 0,5 \sum_i^N \bar{X}_1^2 y_i - 0,1053 (\sum_i^N \bar{X}_1^2 y_i + \sum_i^N \bar{X}_2^2 y_i); \quad (7)$$

$$b_{22} = -0,1579 \sum_i^N y_i + 0,5 \sum_i^N \bar{X}_2^2 y_i - 0,1053 (\sum_i^N \bar{X}_1^2 y_i + \sum_i^N \bar{X}_2^2 y_i); \quad (8)$$

$$b_{12} = 0,25 \sum_i^N \bar{X}_1 \bar{X}_2 y_i, \quad (8)$$

где N – общее число опытов в плане, включая нулевые точки.

Расчеты, выполненные по формулам (2)-(8) для оценки влияния предварительного обжатия на изменение кубиковой прочности, привели к уравнению типа (1), которое после отбрасывания незначимых членов (по критерию t_p Стьюдента) и преобразований, приобрело следующий вид:

$$\hat{y}_i = \frac{R\alpha}{R} = 1,094 + 0,2125\eta_{\tau}(2,19 - \eta_{\tau}) + 1,1 \cdot 10^{-4}\tau \cdot (\tau - 70,73) - 4,52 \cdot 10^{-3}\eta_{\tau}\tau. \quad (9)$$

Для проверки полученного уточненного уравнения (9) вычисляем дисперсию адекватности по формуле

$$S_{ag}^2 = \frac{\sum_i^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - m - (n_0 - 1)}, \quad (10)$$

где m – число значимых членов полинома; n_0 – число дублирующих опытов.

Дисперсия параметров оптимизации определялась по формуле

$$S_y^2 = \frac{\sum_i^N (y_i - y_{oi})^2}{N - 1}, \quad (11)$$

где
$$y_{oi} = \frac{\sum_{u=1}^{u=h_0} y_{oiu}}{h_0}. \quad (12)$$

Расчетное значение F_p – критерия Ф определялась по формуле

$$F_p = \frac{S_{ag}^2}{S_y^2} \quad (13)$$

и сравнивалась с F_{τ} для степеней свободы, с которыми определялись значения S_{ag}^2 и S_y^2 т.е. для $f_{ag} = N - m - (n_0 - 1)$ и $f_y = n_0 - 1$.

Для рассматриваемого случая получено: $f_{ag} = 3$; $f_y = 2$; $F_{\tau} = 19,2$. Расчетное значение критерия Фишера – $F_p = 1,07 < F_{\tau} = 19,2$.

Следовательно, уравнение (9) пригодно для оценки влияния уровня обжатия и возраста при обжатии на изменение кубиковой прочности бетона.

Коэффициент множественной корреляции уравнений регрессии определяется по формуле

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_i^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i^N (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (14)$$

где \bar{y} – среднестатистическое значение y_i .

Для уравнения (9) коэффициент корреляции R оказался 0,993, что указывает на высокую тесноту корреляционной связи.

Анализ опытных данных показывает, что длительное, убывающее во времени, обжатие высокопрочного бетона при начальном уровне обжатия $\eta_{\tau} \leq 0,55$ приводит к повышению кубиковой прочности до 20% (табл. 3).

Степень изменения кубиковой прочности при заданном классе и продолжительности обжатия зависит от начального уровня обжатия η_{τ} и возраста бетона при обжатии τ . Эта зависимость выражается уравнением (9). Как видно из рис. 1 это уравнение с достаточной точностью описывает наблюдаемые явления в пределах изменения η_{τ} от 0 до 0,55. При таких уровнях обжатия происходит уплотнение структуры бетона и повышение его прочности. При более высоких уровнях обжатия в высокопрочном бетоне преобладают деструктивные процессы, связанные с образованием микротрещин.

Это может привести к снижению прочности бетона вследствие влияния длительного обжатия высокого уровня. Вследствие этого уравнение (9) может быть использовано до уровней обжатия, не превышающих 0,55.

При этом в уравнения следует подставлять $\tau \leq 50$ сут, так как при $\tau > 50$ сут. влиянием возраста бетона при обжатии можно пренебречь.

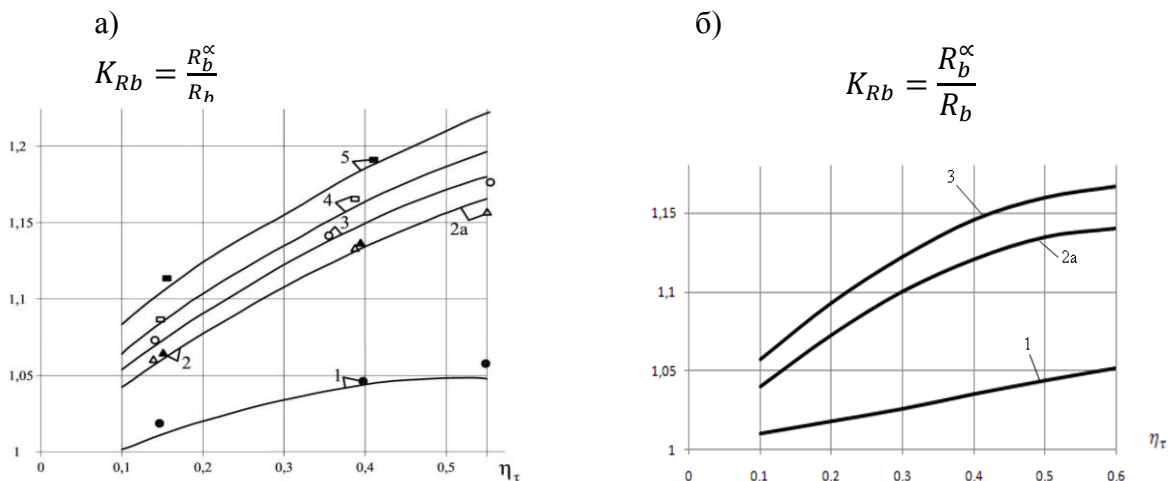


Рис. 1 – Изменение кубиковой прочности бетона, вызванное предварительным обжатием:

а – при $t - \tau = 70$ сут.; кривые – по формуле (9), точки – по опытным данным;

б – при $t - \tau = 8$ сут.; точки и кривые – по опытным данным;

1 – $\tau = 50$ сут.; $R = 80$ МПа; 3 – $\tau = 12$ сут.; $R = 90$ МПа;

2 – $\tau = 14$ сут.; $R = 80$ МПа; 4 – $\tau = 10$ сут.; $R = 80$ МПа;

2а – $\tau = 14$ сут.; $R = 90$ МПа; 5 – $\tau = 7$ сут.; $R = 80$ МПа.

С помощью описанной выше методике планирования эксперимента была установлена зависимость коэффициента изменения призменной прочности $K_{Rb} = \frac{R_b^\alpha}{R_b}$ от начального уровня обжатия η_τ и возраста при обжатии τ . Уравнение типа (1) в этом случае после преобразования и проверки значимости входящих в него коэффициентов приняло вид

$$K_{Rb} = \frac{R_b^\alpha}{R_b} = 1,0684 + 0,95\eta(1,106 - \eta) - 1,066 \cdot 10^{-4}\tau(71 - \tau) - 8,57 \cdot 10^{-3}\eta\tau \quad (15)$$

Для данного уравнения получено: $f_{ag} = 3$; $f_y = 2$; $F_T = 19,2 > F_p = 12,3$, что свидетельствует об адекватности математического описания изучаемого явления. Коэффициент множественной корреляции уравнения регрессии (15) $R = 0,992$, что указывает на большую тесноту связи.

Как видно из рисунка 2 с увеличением интенсивности обжатия η_τ приращение коэффициента K_{Rb} уменьшается. Рост коэффициента K_{Rb} наблюдается до уровня $\eta_\tau = 0,4 \dots 0,6$ в зависимости от возраста при обжатии. При превышении указанного уровня обжатия значения K_{Rb} начинают снижаться, их приращения становятся отрицательными.

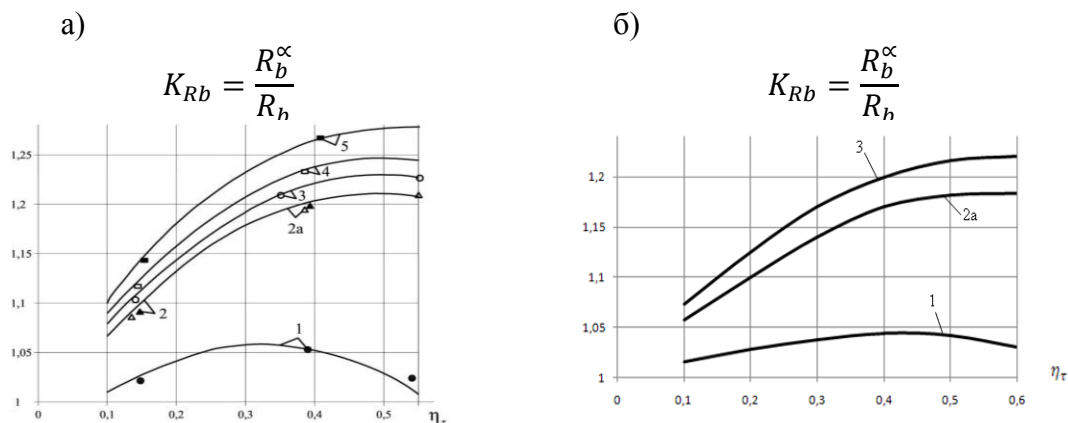


Рис. 2 – Изменение призменной прочности высокопрочного бетона, вызванное предварительным обжатием:

а – при $t - \tau = 70$ сут.; кривые – по формуле (15), точки – по опытным данным;

б – при $t - \tau = 8$ сут.; точки и кривые – по опытным данным;

1 – $\tau = 50$ сут.; $R = 80$ МПа; 3 – $\tau = 12$ сут.; $R = 90$ МПа;

$$2 - \tau = 14 \text{ сут.}; \quad R = 80 \text{ МПа}; \quad 4 - \tau = 10 \text{ сут.}; \quad R = 80 \text{ МПа}; \\ 2a - \tau = 14 \text{ сут.}; \quad R = 90 \text{ МПа}; \quad 5 - \tau = 7 \text{ сут.}; \quad R = 80 \text{ МПа}.$$

При очень высоких уровнях обжатия как кубиковая, так и призмная прочность снижаются и их значения могут оказаться ниже прочностных необжатых образцов.

Предварительное длительно действующее обжатие, как показали опыты [1, 2] приводит к существенному понижению прочности бетона на растяжение при последующем кратковременном испытании. Это является следствием образования структурных собственных напряжений и микротрещин в бетоне в процессе длительного обжатия. С увеличением уровня обжатия η_τ коэффициент K_{Rbt} уменьшается и в зависимости от возраста при обжатии, относительной прочности при обжатии $\frac{R_\tau}{R}$ и других факторов может достигать 0,5...0,6.

По опытным данным авторов для высокопрочного бетона с переменным во времени уровнем обжатия получено следующее уравнение регрессии для коэффициента, учитывающего изменение прочности при растяжении

$$K_{Rbt} = \frac{R_{bt}^\alpha}{R_p} = 0,9932 - 0,315\eta(1,585 + \eta) + 6,485 \cdot 10^{-5} \tau \cdot (53,51 - \tau) + 5,581 \cdot 10^{-3} \eta \tau \quad (16)$$

Коэффициент множественной корреляции данного уравнения $R = 0,988$. Теоретическое значение критерия Фишера при $f_{ag} = 3$ и $f_y = 2$ оказалось равным $F_T = 19,2$, что выше расчетного значения $F_p = 4,8$.

С увеличением начального уровня убывающего во времени обжатия прочность на растяжение уменьшается по нелинейному закону – интенсивность этого процесса возрастает с повышением η_τ .

Литература:

1. Маилян Д.Р., Ахмед Аббуд, Ганди Джахажах. Метод расчета сжатых железобетонных элементов с учетом трансформированных диаграмм деформирования бетона при различных воздействиях: монография. 2008. 67 с.

2. Хунагов Р.А., Маилян Д.Р. Расчет двухслойных предварительно напряженных железобетонных панелей // Вестник Майкопского государственного технологического университета. 2011. Вып. 4. С. 33-36.

References:

1. Mailyan D.R., Ahmad Abboud, Gandhi Dzahazhah. Calculation method of compressed concrete elements, with the transformed strain diagram of concrete under different treatments: monograph. 2008. 67 p.

2. Khunagov R.A., Mailyan D.R. Calculation of two-layer pre-stressed concrete panels // Bulletin of Maikop State Technological University. 2011. №4. P. 24-29.

Таблица 2 - План трехуровневого двухфакторного эксперимента и статические характеристики по оценке влияния обжатия на кубиковую прочность высокопрочного бетона

№ опы-тов	Матрица планирования X_i		Квадраты переменных $(X_i)^2$		Взаимо-действие	Опытные и теоретические значения		$\Delta \cdot 10^3 = y - \hat{y}$	$\Delta^2 \cdot 10^5$	$R^{06}/R(X_i)$		$R^{06}/R(X_i)^2$		$\frac{R^{06}}{R}(X_1 X_2)$ $X_1 X_2 y$	$(y - \bar{y})$ 10^2	$(y - \bar{y})^2$ 10^3
	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_1	\bar{X}_2		$\bar{X}_1 \bar{X}_2$	$y = \frac{R^{06}}{R}$			$\hat{y} = \frac{\bar{R}^{06}}{R}$	$\bar{X}_1 y$	$\bar{X}_2 y$	$\bar{X}_1^2 y$			
1	+	+	+	+	+	1,056	1,056	0	0	+1,056	+1,056	+1,056	+1,056	+1,056	-3,1	0,96
2	+	-	+	+	-	1,225	1,228	-3	0,9	+1,225	-1,225	+1,225	+1,225	-1,225	13,8	19
3	-	+	+	+	-	1,019	1,02	-1	0,1	-1,019	+1,019	+1,019	+1,019	-1,019	6,8	4,62
4	-	-	+	+	+	1,112	1,114	-2	0,4	-1,112	+1,112	+1,112	+1,112	+1,112	2,5	0,625
5	+	0	+	0	0	1,1	1,094	6	3,6	+1,1	0	+1,1	0	0	1,3	0,169
6	-	0	+	0	0	1,022	1,017	5	2,5	-1,022	0	+1,022	0	0	-6,4	4,23
7	0	+	0	+	0	1,048	1,038	10	10	0	+1,048	0	+1,048	0	-3,9	1,52
8	0	-	0	+	0	1,188	1,171	17	29	0	-1,188	0	+1,188	0	10,1	10,2
9	0	0	0	0	0	1,062	1,055	7	4,9	0	0	0	0	0	-2,5	0,625
10	0	0	0	0	0	1,062	1,055	7	4,9	0	0	0	0	0	-2,5	0,625
11	0	0	0	0	0	1,062	1,055	7	4,9	0	0	0	0	0	-2,5	0,625
СУММЫ						11,956	11,903	53	61,2	0,228	-0,402	6,534	6,648	-0,076	0	43,2

Таблица 3 - Показатели прочности (МПа) бетонных образцов после предварительного обжатия (средние по 3-4 близнецам)

Шифр групп образцов	Начальный уровень обжатия $\eta_{\tau} = \frac{\sigma_{6\tau}}{R_{\tau}}$	Кубиковой		Призмной		При осевом растяжении		$K_b = \frac{R_b}{R}$	$\frac{K_b^{об}}{K_b}$	$K_{bt} = \frac{R_{bt}}{R}$	$\frac{K_b^{\alpha}}{K_{bt}}$
		R; R ^{об}	$\frac{R^{\alpha}}{R}$	R _b ; R _b ^α	$\frac{R_b^{\alpha}}{R_b}$	R _{bt} ; R _{bt} ^α	$\frac{R_{bt}^{\alpha}}{R_{bt}}$				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
В-1-50-8	0,148	80,99	1,015	59,30	1,018	3,160	0,99	0,732	1,003	0,039	0,975
В-2-50-8	0,401	82,83	1,038	61,04	1,048	2,824	0,885	0,737	1,01	0,0341	0,853
В-3-50-8	0,552	83,94	1,052	60,23	1,034	2,471	0,774	0,718	0,984	0,0294	0,735
В-1-50-70	0,151	81,31	1,019	59,59	1,023	3,144	0,985	0,733	1,004	0,0387	0,968
В-2-50-70	0,396	83,31	1,044	61,40	1,054	2,808	0,88	0,737	1,01	0,0337	0,843
В-3-50-70	0,551	84,26	1,056	59,77	1,026	2,439	0,764	0,709	0,971	0,0289	0,723
В-0-0-0	0	79,8	1	58,25	1	3,192	1	0,73	1	0,04	1
В-0-0-0	0	79,8	1	58,25	1	3,192	1	0,73	1	0,04	1
ВА-1-7-70	0,152	90,50	1,112	67,80	1,143	3,082	0,942	0,749	1,027	0,0341	0,848
ВА-2-7-70	0,408	96,70	1,188	75,21	1,268	2,540	0,776	0,778	1,067	0,0263	0,654
ВА-1-10-70	0,144	88,39	1,086	66,31	1,118	3,128	0,956	0,75	1,029	0,0354	0,881
ВА-1-10-70	0,382	94,74	1,164	73,42	1,238	2,612	0,798	0,775	1,063	0,0276	0,687
ВА-1-14-70	0,148	86,60	1,064	64,65	1,09	3,149	0,962	0,746	1,023	0,0364	0,905
ВА-2-14-70	0,391	92,30	1,134	71,06	1,198	2,683	0,82	0,77	1,056	0,0291	0,724
ВА-0-0-0	0	81,39	1	59,31	1	3,273	1	0,729	1	0,0402	1
ВА-0-0-0	0	81,39	1	59,31	1	3,273	1	0,729	1	0,0402	1
ВВ-1-12-8	0,133	98,47	1,07	73,77	1,093	3,592	0,971	0,749	1,022	0,0365	0,91
ВВ-2-12-8	0,348	104,36	1,134	80,53	1,193	3,255	0,88	0,772	1,053	0,0312	0,776
ВВ-3-12-8	0,570	106,75	1,16	81,54	1,208	2,775	0,75	0,764	1,042	0,026	0,647

BB-1-12-70	0,138	98,75	1,073	74,51	1,104	3,563	0,963	0,755	1,03	0,0361	0,899
BB-2-12-70	0,352	104,92	1,14	81,60	1,209	3,041	0,822	0,778	1,061	0,029	0,721
BB-3-12-70	0,555	108,04	1,174	82,88	1,228	2,560	0,692	0,767	1,046	0,0237	0,59
BB-0-0-0	0	92,03	1	67,49	1	3,700	1	0,733	1	0,0402	1
BB-0-0-0	0	92,03	1	67,49	1	3,700	1	0,733	1	0,0402	1