

Михуб Ахмад, аспирант Ростовского государственного строительного университета;

Польской Петр Петрович, кандидат технических наук, профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций Ростовского государственного строительного университета;

Котеленко Роман Валерьевич, аспирант Ростовского государственного строительного университета;

Блягоз Алик Моссович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных и общепрофессиональных дисциплин Майкопского государственного технологического университета, т.: 89184205021, e-mail: alfa-maikop@yandex.ru.

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК, УСИЛЕННЫХ КОМПОЗИТНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ ПО МЕТОДУ АНАЛОГОВОЙ ФЕРМЫ

(рецензирована)

В статье рассматриваются вопросы, связанные с использованием концепции расчета по методу аналоговой фермы. Данная методика позволяет учесть различные виды разрушения балок, усиленных композитными материалами. Последнее весьма важно на этапе предварительного расчета несущей способности опытных образцов.

Ключевые слова: виды разрушения, усиление железобетонных балок, композитные материалы, метод аналоговой фермы, несущая способность, блок-схема программы.

Mihub Ahmad, post graduate student of Rostov State Construction University;

Polsky Peter Petrovich, Candidate of Technical Sciences, professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry structures, Rostov State Construction University;

Kotelenko Roman Valerjevich, post graduate student of Rostov State Construction University;

Blyagoz Alec Mossovich, Candidate of Technical Sciences, assistant professor of the Department of Construction and General Professional Disciplines of Maikop State Technological University, tel: 89184205021, e-mail: alfa-maikop@yandex.ru.

CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE BEAMS STRENGTHENED WITH COMPOSITE MATERIALS ACCORDING TO THE METHOD OF ANALOGUE GIRDER

(reviewed)

The article considers issues related to the use of the concept of calculation by the method of analogue girder. This method allows to consider different types of failure of beams reinforced with composite materials. The latter is essential for pre-calculate the bearing capacity of the tested patterns.

Key words: types of destruction, strengthening of reinforced concrete beams, composite materials, the method of analogue girder, carrying capacity, a block diagram of the program.

В последние годы в России и, в особенности, за рубежом усиление дефектных или недостаточно прочных железобетонных конструкций выполняется с использованием различных видов композитных материалов. Учитывая широкий диапазон прочностных и деформативных характеристик этих материалов, успешное и экономически выгодное их применение во многом зависит от знания реальной работы усиленных конструкций. Эффективность этой работы в первую очередь связана с механизмом взаимодействия между бетоном и наклеенными материалами, который невозможно выявить без проведения экспериментов и разработки на их основе достоверного расчетного аппарата.

Проведенные на настоящий момент (в своем большинстве зарубежные) экспериментальные исследования показали различный характер разрушения усиленных образцов и, как следствие, разный уровень приращения несущей способности.

Эти различия связаны с видом применяемых при усилении композитных материалов, соотношением процента стального и композитного армирования, размером сечения опытных образцов, наличием и количеством поперечного армирования, схемой загрузки, технологией работ по усилению, наличием и видом анкерующих композитные материалы устройств.

Несмотря на многообразие факторов, влияющих на изменение прочностных и деформативных характеристик изгибаемых элементов, можно выделить шесть основных видов разрушения усиленных балок.

Первый – нарушение сцепления между бетоном и материалом усиления, которое может происходить у торца приклеенных композитных материалов, под сосредоточенными силами, либо вдоль наклеенной поверхности.

Второй – дробление сжатой зоны бетона и одновременное или последовательное достижение в поперечной арматуре предела текучести.

Третий – достижение в продольной и поперечной арматурах предельных напряжений.

Четвертый – дробление сжатой зоны бетона и (или) разрыва пластин усиления при достижении в стальной арматуре предела текучести. Указанный вид разрушения можно отнести к классическому и описать с помощью традиционной теории изгиба железобетонных балок. Расчетная схема поперечного сечения усиленной балки в предельном состоянии приведена на (рис. 1).

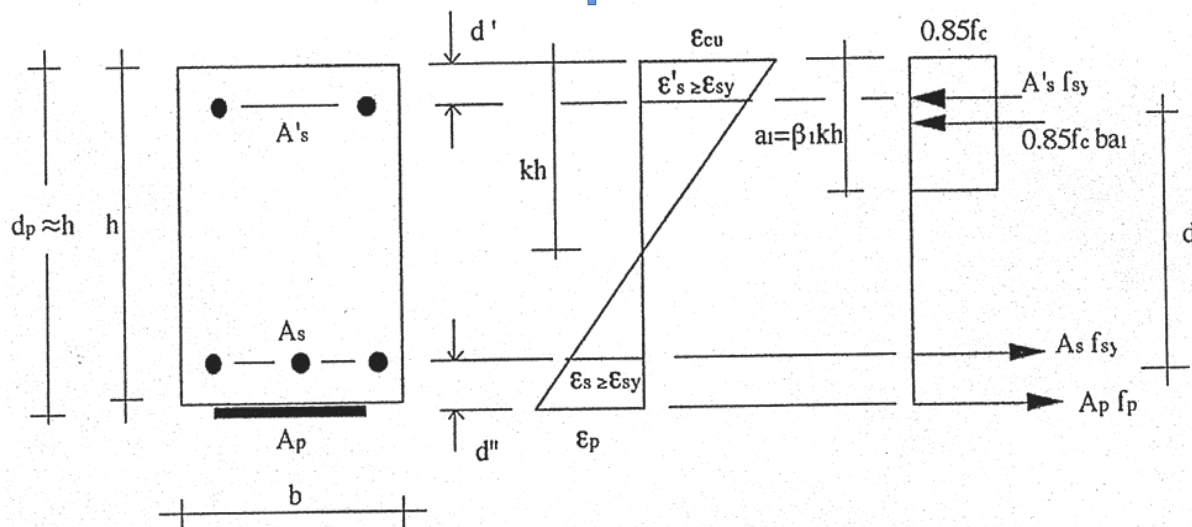


Рис. 1. Расчетная схема поперечного сечения в предельном состоянии

Пятый – имеет место при перearмированных стальной арматурой сечениях, то есть когда площадь растянутой арматуры превышает предельную для сечения с одиночной арматурой.

Шестой – дробление бетона сжатой зоны при одновременном достижении предельных напряжений в продольной арматуре. Или только в продольной арматуре. При этом поперечная арматура отсутствует.

С учетом различных видов разрушения зафиксированных исследователями, предложено несколько расчетных моделей основанных на расчете усиленных элементов: по первой группе предельных состояний с использованием традиционной теории изгиба; нелинейном анализе; методе конечных элементов и др., которые положены в основу действующих международных норм по проектированию. Предложенные в этих нормах методики и заложенные в них гипотезы существенно отличаются от рекомендаций Российской Федерации.

К недостаткам зарубежных методик относятся: неполный охват схем разрушения усиленных элементов; использование упрощенной диаграммы деформирования и упругая работа бетона и арматуры в сжатой зоне; отсутствие учёта совместного действия момента и поперечной силы; отсутствие учета особенностей различных климатических зон, включая перенос температур.

В наибольшей степени указанных недостатков лишена зарубежная методика расчета усиленных элементов, основанная на концепции аналоговой модели фермы. Согласно её концепции, железобетонная балка с трещинами рассматривается как плоская ферма, в которой нижние продольные стержни и поперечные хомуты являются растянутыми элементами, а сжатая арматура и бетон в сжатой зоне являются сжатыми элементами (рис. 2).

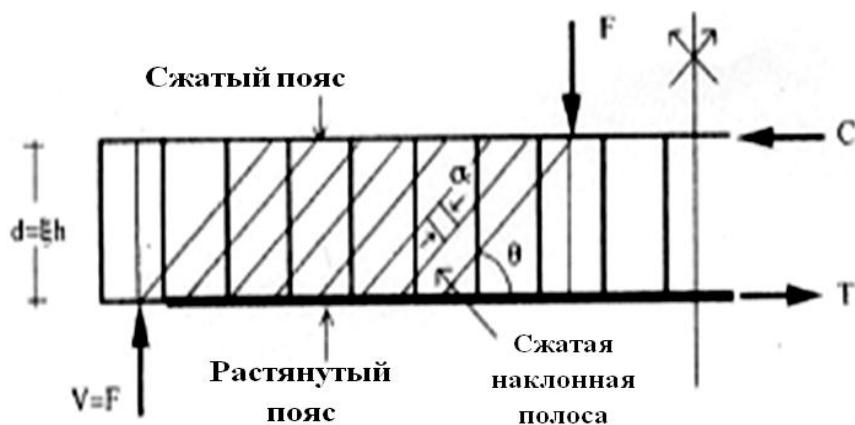


Рис. 2. Аналоговая модель фермы для расчета усиленной железобетонной балки

Концепция ферменной аналогии с сохранением принятых за рубежом буквенных обозначений описывается следующим образом:

- сжатая зона представлена равнодействующей внутренних усилий (С) воспринимаемых сжатым бетоном и арматурой, а растянутая зона – силой (Т), воспринимаемой всей растянутой зоной.

- поперечная арматура представлена только вертикальными стержнями или хомутами.

- главные сжимающие напряжения σ_c , воспринимающие при двухосном сжатии в наклонной полосе расположены под углом θ к продольной оси элемента.

- равнодействующие усилия в растянутой и поперечной арматуре способны воспринимать перпендикулярно действующие на них деформации.

- наружная композитная пластина усиления рассматривается как обычная арматура в предположении, что она имеет абсолютно надежное сцепление с поверхностью бетона.

- напряжения сцепления по всей поверхности контакта бетона и композитной арматуры принимаются одинаковой и равной ν .

Полная русифицированная версия концепции аналоговой модели фермы приведена в статье Михуба Ахмада и П.П. Польского [1].

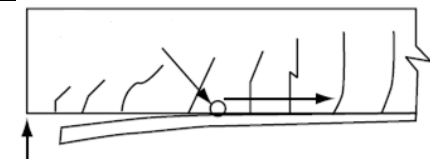
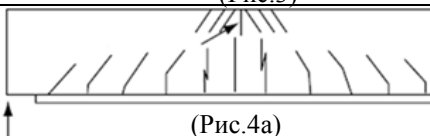
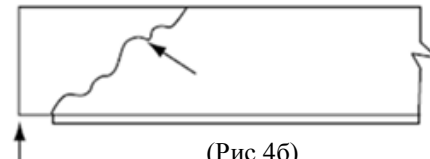
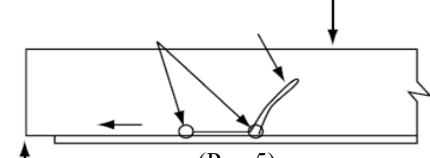
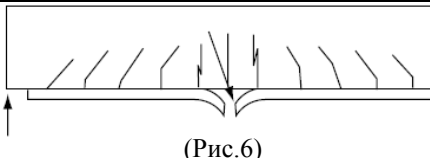
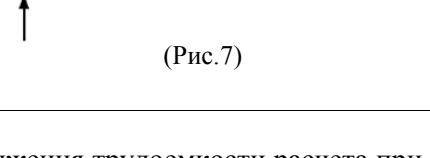
Расчет усиленных композитными материалами железобетонных балок выполняется при последовательном рассмотрении всех возможных видов разрушения опытных образцов. Схемы разрушения балок по шести видам разрушения и математические модели (формулы), по каждому виду разрушения приведены в табл. 1.

Несущая способность усиленной балки определяется по формуле:

$$V_{\text{двухос}} = \left(\frac{\tau}{f_c}\right)_i^{\min} \cdot b \cdot d \cdot f_c, \quad (1)$$

где отношение $\left(\frac{\tau}{f_c}\right)_i^{\min}$ – минимальное значение безразмерной величины, которая определяется по формулам (2)-(8) приведенным в табл. 1 с использованием различных параметров и коэффициентов по табл. 2.

Таблица 1 - Графическое и математическое описание концепции аналоговой модели фермы при различных видах разрушения железобетонных балок, усиленных композитными материалами

Виды разрушения	Схемы разрушения усиленных балок по видам разрушения	Математическая модель вида разрушения
1	 (Рис.3)	$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)_1 = \psi \cdot \left[\alpha + \phi - \sqrt{(\alpha + \phi)^2 - 2 \cdot \phi \cdot \beta} \right] \quad (2)$
2	a  (Рис.4а) б  (Рис.4б)	$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)_2 = \sqrt{\psi (1 - \psi)} \quad (3)$
3	 (Рис.5)	$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)_3 = \psi \cdot \left[\sqrt{\frac{2 \cdot \eta}{\psi} + \alpha^2} - \alpha \right] \quad (4)$
4	 (Рис.6)	$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)_4 = \frac{\eta}{\alpha} \quad (5)$
5	Переармированное стальной арматурой сечение	$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)_5 = \frac{0.85 \cdot \beta_1 \cdot k \cdot \left(1 - \frac{\beta_1 \cdot k}{2}\right)}{\xi^2 \cdot \alpha} + \frac{\eta'_s \cdot (1 - \gamma)}{\xi \cdot \alpha} \quad (6)$
6	a  (Рис.7) б  (Рис.7)	$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)_{6a} = \frac{1}{2} [\sqrt{4\eta(1 - \eta) + \alpha^2} - \alpha] \quad (7)$ при $\eta \leq 0,5$ $\left(\frac{\tau}{f_c}\right)_{6б} = \frac{1}{2} \cdot [\sqrt{1 + \alpha^2} - \alpha] \quad (8)$ при $\eta > 0,5$

Для снижения трудоемкости расчета при определении теоретической несущей способности усиленных балок, авторами статьи на базе Excel разработана программа, ход расчета которой представлен на **блок-схеме** (рис. 8).

Программа предусматривает введение 16 исходных параметров, характеризующих размеры сечения усиленных образцов, физико-механические свойства бетона и арматуры, включая композитную, а также вид и характер приложения нагрузки. Буквенное обозначение исходных параметров представлено на рис. 1 и 9.

Таблица 2 - Вычисления параметров и коэффициентов, необходимых для вычисления несущей способности

Вычисления параметров	Вычисления коэффициентов
$P_y = \frac{A_t \times f_{ty}}{s}$	$\alpha = \frac{a}{d}$
$U_y = b_p (2.17 + 0.02 (f'_c - 20))$	$\beta = \frac{l_a}{d}$
$T_y = A_s f_{sy} + A_p f_{py}$ где $A_p = b_p \times t_p$	$\Phi = \frac{U_y}{P_y}$
$\beta_1 = 0.85 - 0.008 (f'_c - 30)$	$\eta = \frac{T_y}{b \times d \times f_c}$
$\eta'_s = A'_s f'_{sy} / b d f_c$	$\psi = \frac{P_y}{b \times f_c}$
$\gamma = d' / h$	$a_1 = \frac{T_y}{0.85 \times f_c \times b}$
	$K = \frac{a_1}{\beta_1 \times h}$

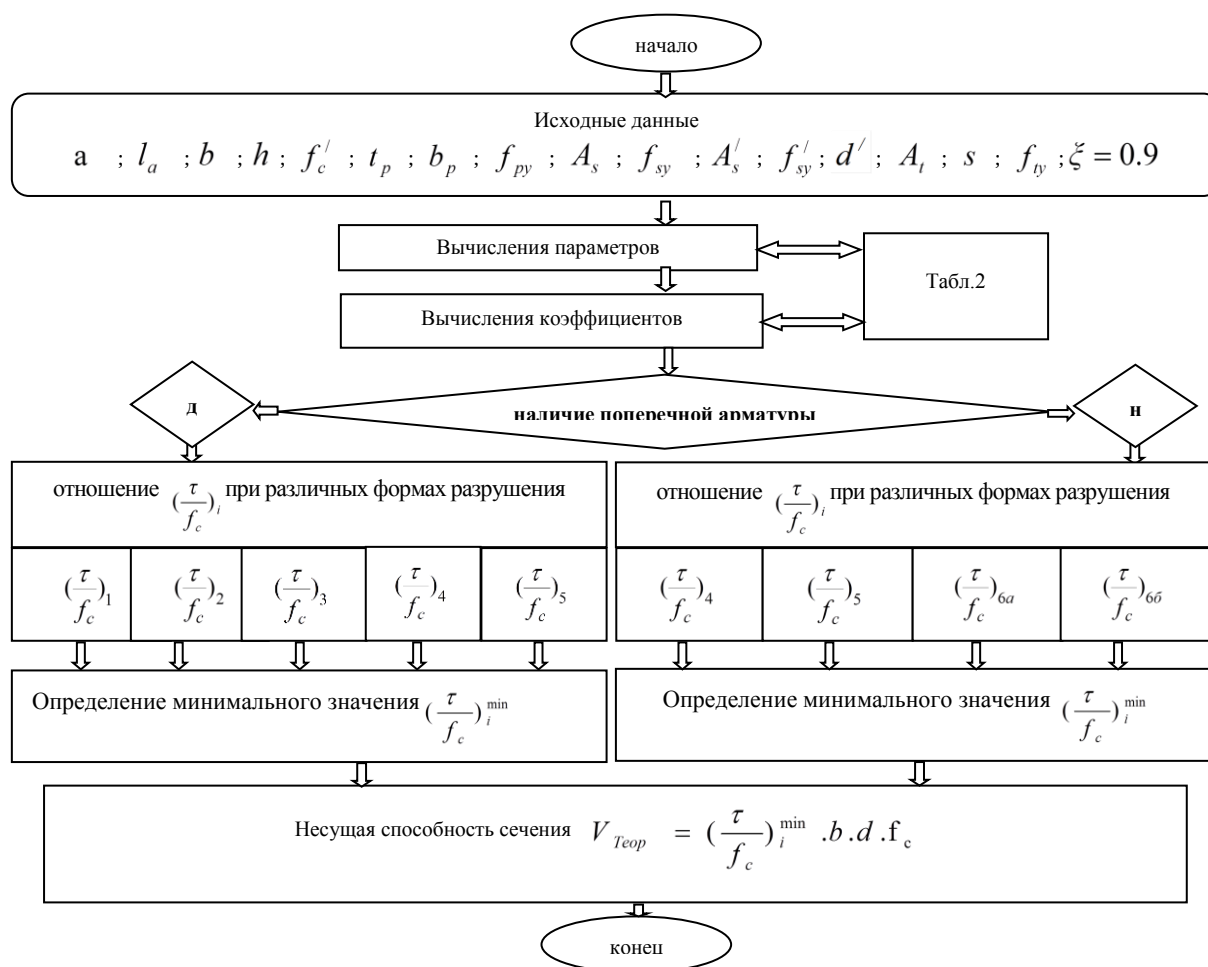


Рис. 8. Блок-схема хода расчета программы

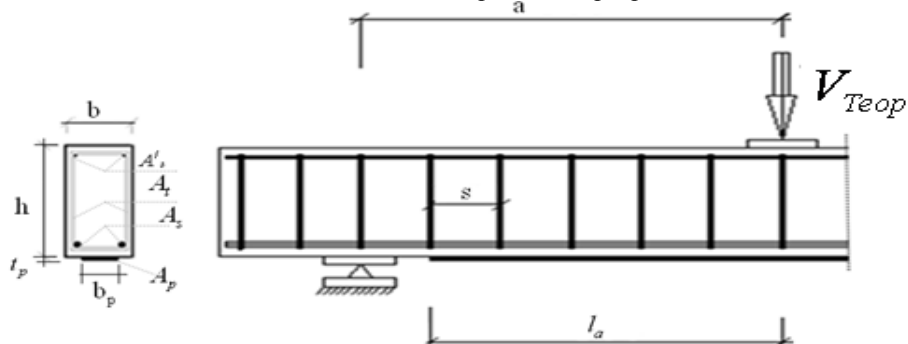


Рис. 9. Расчетная схема испытываемых балок

Для оценки разработанной программы в обработку были включены 21 опытный образец, 8 авторов из Франции, США и Канады, испытанные в 1995, 1996 и 2006 годах. Характеристика опытных образцов, а также схемы их обычного и композитного армирования и испытания приведены в табл. 3 и 4.

Таблица 3 - Характеристика опытных образцов, используемых для анализа

Исследователи	Геометрические параметры, схемы армирования и испытания опытных балок
Хусейн и др. (США) 1995 [2]	
Спадаеа и др. (США) 1997 [3]	
Девид и др. (Франция) 1997 [4]	
Ардуанини и др. (США) 1997 [5]	
Хутчинсон (США) 1996 [6]	
Куантрил и др. (Франция) 1996 [7]	
Фаннинг (США) 1996 [8]	
Хукви (Канада) 2006 [9]	

Таблица 4 - Исходные параметры исследуемых балок

Исследователи	Шифр балок	Геометрические параметры балок				Прочность бетона f_c' (0.85R _b) МПа	Характеристики композитных пластин			Характеристики стальной арматуры							
										продольной						поперечной	
										A_s мм ²	f_{sy} (R _s) МПа	A_s' мм ²	d' мм	f_{sy}' (R _{sw}) МПа	A_t (A _{sw}) мм ²	s_w мм	f_{ty} (R _{sw}) МПа
Хусейн и др. (США) 1995 [2]	FRB5	150	400	150	350	31	200	100	269	157	414	56,5	25	200	56,5	60	275
	FRB7	150	400	150	350	31	300	100	269	157	414	56,5	25	200	56,5	60	275
	A1.1	140	1800	300	1750	30	96	80	2300	402	435	402	33	435	56,5	150	435
	A3.1	140	1800	300	1750	30	96	80	2300	402	435	402	33	435	25,1	150	435
	P2	150	900	300	800	40	450	150	55	308	500	56,5	25	200	56,5	130	500
	P4	150	900	300	800	40	900	150	55	308	500	56,5	25	200	56,5	130	500
	P7	150	900	300	800	40	120	100	2400	308	500	56,5	25	200	56,5	130	500
	A4	200	700	200	550	33	195	150	2906	308	540	56,5	25	200	56,5	150	540
	A5	200	700	200	550	33	390	150	2906	308	540	56,5	25	200	56,5	150	540
Хутчинсон (США) 1996 [6]	b2	300	1100	400	100	30	51	300	3000	398	340	56,5	25	200	100,5	100	540
	A.115	200	750	150	700	54	172	150	1532	157	575	56,5	25	200	56,5	150	575
	B.040	200	750	150	700	54	60	150	1532	157	575	56,5	25	200	56,5	75	575
Куантрил и др. (Франция) 1996 [7]	C.115	200	750	150	700	54	172	150	1532	402	575	56,5	25	200	56,5	75	575
	A1c	100	300	100	280	70	96	80	500	84,8	350	14,1	25	200	-	-	-
	A2b	100	300	100	280	42	96	80	500	84,8	350	14,1	25	200	-	-	-
Фаннинг (США) 1996 [8]	A2c	100	300	100	280	42	96	80	500	84,8	350	14,1	25	200	-	-	-
	B2	100	300	100	280	58	96	80	500	84,8	350	14,1	25	200	14,1	50	350
	3A	100	577	150	502	37	96	80	2400	100,5	250	56,5	25	200	56,5	135	250
Хукви (Канада) 2006 [9]	4A	100	577	150	502	32,5	480	80	250	100,5	250	56,5	25	200	56,5	135	250
	4B	100	577	150	502	32,5	96	80	2400	100,5	250	56,5	25	200	56,5	135	250
	H1	203	1067	305	914,5	41,36	104	203	500	265,3	350	14,1	54	200	127,2	203	250

Примечания:

1 - В скобках даны обозначения приведенные в российских нормах.

2 - Характеристики сечений и их буквенные обозначения даны на рис.(1и 9).

Сопоставление опытной и теоретической несущей способности балок, усиленных различными видами композитных материалов, представлено в табл. 5 и на рис. 10.

Таблица 5 - Сравнение опытной и теоретической прочностей балок

№ п/п	ШИФР БАЛОК	РАСЧЁТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ БАЛОК ПО МЕТОДУ ФЕРМЕННОЙ АНАЛОГИИ $V_{\text{теор}} = (\tau / f_c)_i b d f_c$, при						НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ, V (кН)		$\frac{V_{\text{экс}}}{V_{\text{теор}}}$
		$(\frac{\tau}{f_c})_1$	$(\frac{\tau}{f_c})_2$	$(\frac{\tau}{f_c})_3$	$(\frac{\tau}{f_c})_4$	$(\frac{\tau}{f_c})_5$	$(\frac{\tau}{f_c})_6$	Опытная $V_{\text{экс}}$	Минимальная теоретическая $V_{\text{теор}}$	
1	FRB5	23.572	118.91	34.387	40.09	41.7	--	30,0	23.572	1.27
2	FRB7	23.572	118.91	41.042	49.17	48.58	--	29,0	23.572	1.23
3	A1.1	45.384	182.1	54.344	59.35	74.48	--	43,4	45.384	0.96
4	A3.1	40.235	123.35	49.863	59.35	74.48	--	37,4	40.228	0.93
5	P2	68.129	251.18	47.787	53.63	58.06	--	50,5	47.787	1.06
6	P4	68.129	251.18	53.683	61.05	64.84	--	57,5	53.683	1.07
7	P7	50.302	251.18	104.62	132.6	120.4	--	68,0	50.302	1.35
8	A4	38.933	170.61	129.55	188.5	114.5	--	55,0	38.933	1.41
9	A5	38.933	170.61	197.38	334.2	66.92	--	45,0	38.933	1.16
10	b2	182.36	636.34	87.889	94.36	101.6	--	85,0	87.889	0.97
11	A.115	44.177	170.25	54.528	63.68	59.65	--	32,5	44.177	0.74
12	B.040	48.859	237.2	31.288	32.8	34.88	--	27,0	31.288	0.86
13	C.115	48.859	237.2	79.35	89.04	75.43	--	51,0	48.859	1.04
14	A1c	--	--	--	23.3	24.18	18,9	22,0	18,9	1.16
15	A2b	--	--	--	23.3	22.57	16,2	18,4	16,2	1.14
16	A2c	--	--	--	23.3	22.57	16,2	18,7	16,2	1.15
17	B2	13.222	56.276	17.9	23.3	23.68	--	17,0	13.222	1.29
18	3A	18.161	68.843	43.86	59.78	43.18	--	18,7	18.161	1.03
19	4A	17.674	64.332	27.63	33.95	30.74	--	14,0	17.674	0.79
20	4B	17.674	64.332	43.86	59.78	39.62	--	16,2	17.674	0.92
21	H1	75.647	259.8	33.804	37.22	40.06	--	28.5	33.804	0.84

Анализ полученных результатов показал следующее:

1. Минимальная теоретическая несущая способность при расчете по методу ферменной аналогии связана с тремя видами разрушения: отслоением композитного материала от бетона (первый вид) – 13 балок; достижение предельных напряжений в стальной продольной и поперечной арматуре (третий вид) – 3 балки; дробление бетона сжатой зоны при отсутствии поперечной арматуры (шестой вид) – 3 опытных образца.

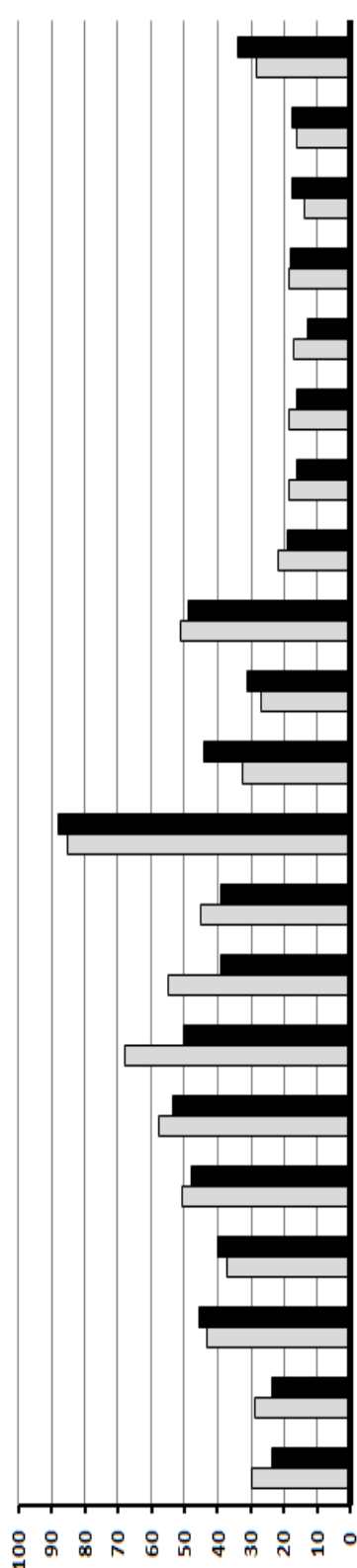
2. Максимальные отклонения опытной несущей способности усиленных балок по сравнению с теоретической связаны с **первым** видом разрушения и составляют "+41 и "-26 %". При этом отклонение в интервале "+23 – 41% показали 5 образцов, а "-21 – 26 % показали 2 образца.

3. Среднее значение отношения $\frac{V_{\text{экс}}}{V_{\text{теор}}}$ составило 1,065, что свидетельствует о наличии некоторого запаса прочности.

4. Среднее значение отношения $\frac{V_{\text{экс}}}{V_{\text{теор}}}$ составило 1,065. При этом коэффициент вариации V для указанного отношения составил 0,174, что превышает нормируемую для отечественных норм величину $V = 0,135$ при надежности 0,95.

ВЫВОДЫ

Модель аналоговой фермы обеспечивает простую, но эффективную методику расчета и может рассматриваться как действительный инструмент на этапе предварительного расчета несущей способности усиленных композитными материалами железобетонных балок, а также при подборе вида, площади сечения и длины наклеиваемого материала и других исследуемых параметров.



H1	0.46	0.17	Стекло-пластик	41.5	Хукви 2006 [9]
4B	0.77	0.64	Угле-пластик	32.5	Фаннинг 1996 [8]
4A	0.77	3.2	Стекло-пластик	32.5	
3A	0.77	0.64	Угле-пластик	37	
B2	1.06	0.96	Стекло-пластик	58	Куантрил и др. 1996 [7]
A2c	1.06	0.96	Стекло-пластик	42	
A2b	1.06	0.96	Стекло-пластик	42	
A1c	1.06	0.96	Стекло-пластик	70	
C.115	1.55	0.57	Угле-пластик	54	Хутчинсон 1996 [6]
B.040	0.6	0.2	Угле-пластик	54	
A.115	0.6	0.57	Угле-пластик	54	
b2	0.35	0.04	Стекло-пластик	30	Ардуани и др. 1997 [5]
A5	0.86	0.98	Угле-пластик	33	
A4	0.86	0.49	Угле-пластик	33	
P7	0.73	0.27	Угле-пластик	40	Девид и др. 1997 [4]
P4	0.73	2	Стекло-пластик	40	
P2	0.73	1	Стекло-пластик	40	
A3.1	1.02	0.23	Угле-пластик	30	Спадеа и др. 1997 [3]
A1.1	1.02	0.23	Угле-пластик	30	
FRB7	0.8	1.33	Стекло-пластик	31	Хусейн и др. 1995 [2]
FRB5	0.8	0.88	Стекло-пластик	31	
Шифр балок	$\mu_s, \%$	$\mu_f, \%$	Вид Композитного материала	f_c МПа	Исследователи

Рис. 10. Сопоставление опытных (□) и теоретических (■) результатов (с учетом предложений авторов) прочности исследуемых образцов

Литература:

1. Михуб Ахмад. Зарубежные методики расчета железобетонных конструкций, усиленных композитными материалами / Ахмад Михуб, П.П. Польской // Вопросы проектирования железобетонных конструкций: сб. науч. тр.- Ростов н/Д: РГСУ, 2011.- С. 52-61.
2. Flexural behavior of precracked reinforced concrete beams strengthened externally by frp plates / Hussain M. [and others] // ACI Struct.J. - 1992(1). - P. 14-22.
3. Spadea G., Bencardino F., Swamy R.N. Structural Behavior of Composite RC beams with externally bonded CFRP // J.Comp.Constr. ASCE. 1997. №2(3). P. 132-137.
4. David E., Djelal C., Buyle-Bodin F. Repair and strengthening of reinforced concrete beams using composite materials. Proc., 7 th Int. conf. on Struct. Faults and Repair. 1997. V. 2. P. 169-173.
5. Arduini M., Di Tommaso A., Nanni A. Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams // ACI Struct.J. 1997. V. 94(4). P. 363-370.
6. Hutchinson A.R., Rahimi H. Flxural strengthening of concrete beams with externally bonded FRP reinforcement. Proc. 2nd Int. conf. on Advanced compos.mat.in bridges and struct. (ACMBS). 1996. P. 519-526.
7. Quantrill, R.J., Hollaway, L.C., Thorne, A.M., and Parke, G.A.R. Preliminary research on the strengthening of reinforced concrete beams using GFRP. Proc., Non-Metallic (FRP) reinforcement for concrete struct. Paris: RILEM, 1995. P. 541-550.
8. Fanning P. Experimental testing and numerical modeling of reinforced concrete beams strengthened using fibre reinforced composite materials. Proc., 7th Int. conf. on Struct. Faults and Repair. 1997. V.2. P. 211-217.
9. Hoque M. 3D Nonlinear Mixed Finite-element Analysis of RC Beams and Plates with and without FRP Reinforcement. Canada: University of Manitoba, 2006.

References:

1. Mihub Ahmad, Polskoy P.P. Foreign methods of calculating reinforced concrete structures strengthened with composite materials/ Mihub Ahmad, Polskoy P.P. // Issues of design of reinforced concrete structures. Rostov-on-Don: RSCU, 2011, P.52-61.
2. Flexural behavior of precracked reinforced concrete beams strengthened externally by frp plates / Hussain M. [and others] // ACI Struct.J. - 1992(1). - P. 14-22.
3. Spadea G., Bencardino F., Swamy R.N. Structural Behavior Of Composite RC beams with externally bonded CFRP // J.Comp.Constr. ASCE. 1997. № 2(3). P.132-137.
4. David E., Djelal C., Buyle-Bodin F. Repair and strengthening of reinforced concrete beams using composite materials. Proc., 7th Int. conf. on Struct. Faults and Repair. 1997. V.2. P. 169-173.
5. Arduini M., Di Tommaso A., Nanni A. Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams // ACI Struct.J. 1997. V. 94(4). P. 363-370.
6. Hutchinson A. R., Rahimi H. Flxural strengthening of concrete beams with externally bonded FRP reinforcement.. Proc. 2nd Int. conf. on Advanced compos.mat.in bridges and struct. (ACMBS). 1996. P.519-526.
7. Quantrill, R.J., Hollaway, L.C., Thorne, A.M., and Parke, G.A.R. Preliminary research on the strengthening of reinforced concrete beams using GFRP . Proc., Non-Metallic (FRP) reinforcement for concrete struct. Paris: RILEM, 1995. P. 541-550.
8. Fanning P. Experimental testing and numerical modeling of reinforced concrete beams strengthened using fibre reinforced composite materials. Proc., 7th Int. conf. on Struct. Faults and Repair. 1997. V.2. P. 211-217.
9. Hoque M. 3D Nonlinear Mixed Finite-element Analysis of RC Beams and Plates with and without FRP Reinforcement. Canada: University of Manitoba, 2006.