УДК 664.34:517.9
ББК 35.782
М 52

Меретуков Заур Айдамирович, *кандидат технических наук, докторант кафедры технологии, машин и оборудования пищевых производств Майкопского государственного технологического университета, e-mail: zamer@radnet.ru;*
Кошевой Евгений Пантелеевич, *доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой машины и аппараты пищевых производств Кубанского государственного технологического университета, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru;*
Косачев Вячеслав Степанович, *доктор технических наук, профессор кафедры машин и аппаратов пищевых производств факультета машиностроения и автосервиса Кубанского государственного технологического университет, т.: (861) 275-22-79.*

РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ОТЖИМА

(рецензирована)

Статья рассматривает процесс отжима жидкости из деформируемой твердой фазы, описанный нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных. В качестве граничных условий взяты минимальное давление, необходимое для появления свободного масла на поверхности маличного материала, и максимальное давление прессования. Подбор кинетической функции позволяет получить решение соответствующее экспериментальным данным.
Ключевые слова: масло, отжим, нелинейное дифференциальное уравнение, кинетическая функция.

Meretukov Zaur Aydamirovich*, Candidate of Technical Sciences, doctoral student of the Department of Technology, Machinery and Equipment of Food Production, Maikop State Technological University, e-mail: zamer@radnet.ru;*
Koshevoi Eugene Panteleevich*, Doctor of Technical Sciences, professor, head of the Department of Technology, Machinery and Equipment of Food Production, Maikop State Technological University, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru;*
Kosachev Vyacheslav Stepanovich*, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Food Machinery and Apparatus of the Faculty of Machine Building and Service of the Kuban State Technological University, tel: (861) 275-22-79.*

SOLUTION OF A DIFFERENTIAL EQUATION OF EXTRACTION

(reviewed)

The article considers the process of extraction of liquid from deformable solids described by a nonlinear differential equation in partial derivatives. A minimum pressure required for the appearance of free oil on the surface of oil material and the maximum compaction pressure are taken as boundary conditions. Selection of the kinetic function allows obtaining a solution corresponding to the experimental data.
Keywords: oil extraction, a nonlinear differential equation, the kinetic function.

В данной работе для случая отжима при однонаправленном действии силы сжатия и отжимаемого потока [1] рассмотрим возможность получения адекватного описания процесса, рассматривая задачу как нелинейную. Нестационарная одномерная модель поля давления в отжимаемой твердой фазе содержит переменный коэффициент напоропроводности:

$$\frac{\partial P_S(w,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial w}\left\{ C\left[P_S(w,t)\right] \cdot \frac{\partial P_S(w,t)}{\partial w} \right\} \qquad (1)$$

Уравнение (1) может быть написано в безразмерных переменных – давление $P=(P_S-P_\infty)/(P_0-P_\infty)$ – индексы 0 и ∞ соответственно указывают начальную величину и величину равновесия, координата w/W – представлена относительной прессуемой массой твердой фазы, которая при отжиме не меняется и число отжима $C_{ref}t/W^2$ – аналог чисел Фурье или Фика в подобных задачах теплопроводности или диффузии.

Фактически краевая задача **(1)** в данной постановке даже при известных краевых условиях первого рода для пластины не имеет аналитического решения. Исходя из постановки краевой задачи, вариация безразмерного давления нормирована на интервале [0…1]. Реальный процесс прессования находится в интервале давлений от «точки масла», которая определяется как минимальное давление, необходимое для появления свободного масла на поверхности масличного материала до максимального предельного давления прессования. Эти граничные величины соответствуют границам нормированного интервала. Одним из возможных вариантов решения является квазилинеаризация этой задачи при известной зависимости коэффициента напоропроводности от давления.

Рассмотрим более подробно этот метод для коэффициента напоропроводности, задаваемого заранее известной аналитической функцией. С учетом представления о механизме отжима с начальным этапом течения отжимаемой жидкости в каналах между несжимаемыми частицами и последующим этапом течения между деформируемыми частицами наиболее подходящей функцией является логистическая кривая, быстро меняющаяся на достаточно узком интервале давлений. Принимается, что коэффициент ***C*** представляет собой логистическую функцию (сигмоидальная S-образная кривая), определяемую следующей функциональной зависимостью:

$$C(P_S, a, b) = \frac{1}{1 + \exp\{-[a \cdot P_S - b]\}} \qquad (2)$$

Эта зависимость **(2)** может быть использована для частичной линеаризации задачи **(1)** путем введения новой функции *Gk*, определяемой следующей формулой:

$$Gk(P_S, a, b) = \int_0^{P_S} C(\theta, a, b)\, d\theta \qquad (3)$$

Тогда используя интегральную функцию *Gk* выразим из формулы **(3)** интеграл в явном виде по давлению:

$$Ga(P_S, a, b) = P_S + \frac{Ln\left(e^{b - a \cdot P_S} + 1\right)}{a} - \frac{Ln\left(e^{b} + 1\right)}{a} \qquad (4)$$

Подставив формулу **(4)** в зависимость **(1)** получаем квазилинейную краевую задачу относительно новой функции:

$$\frac{\partial P_S}{\partial Ga} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left[Ga(w,t)\right] = \frac{\partial^2}{\partial w^2}\left[Ga(w,t)\right] \qquad (5)$$

Если в уравнении **(5)** положить:

$$\frac{\partial P_S}{\partial Ga} = const = K_1 \qquad (6)$$

то получится линейное уравнение. Это допущение предполагает, что некоторый участок функции $Ga = Ga(P_S)$ заменяется хордой. Учитывая нормированный характер величины P_S, в первом приближении будем считать такое допущение приемлемым. Данное уравнение позволяет сформулировать задачу **(1)** в виде линейного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{\partial}{\partial t} Ga(w,t) = \frac{1}{K_1} \cdot \frac{\partial^2}{\partial w^2} Ga(w,t) \qquad (7)$$

которое для граничных условий первого рода имеет известное [2] аналитическое решение:

$$Gp(w,t) = Ga(1,a,b) \cdot \left\{1 - \sum_{n=1}^{\infty}\left[(-1)^{n+1} \cdot \left[erfc\left(\frac{2 \cdot n - 1 - w}{2 \cdot \sqrt{\frac{t}{K_1}}}\right) + erfc\left(\frac{2 \cdot n - 1 + w}{2 \cdot \sqrt{\frac{t}{K_1}}}\right)\right]\right]\right\} \qquad (8)$$

Решение задачи, представленное функциональным уравнением (8) позволяет определить зависимость давления от времени и координаты, используя эту функцию и выражая текущее давление P_S с учетом *Gp* и *Ga*. Для расчета P_S использовали уравнения (4) и (8) которые определяют решение в виде уравнения (9) относительно определяемой величины P_S:

$$Gp(w,t) = Ga[P_S(w,t), a, b] \qquad (9)$$

Трансцендентное уравнение (9) позволяет определить искомую зависимость на интервале существования решения от нуля до единицы. В этом случае искомая функция зависит от следующих параметров $P_S(x, \tau, a, b, K_1)$. Рассмотрим процесс идентификации, основанный на экспериментальных данных по динамике процесса сжатия в процессе прессования. Определение параметров, формирующих логистическую кривую, основано на минимизации целевой функции следующего вида:

$$MZ(a,b,K_1) = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left|P^{мод}(\tau_i, a, b, K_1) - P_i^{эксп}\right|}{P_i^{эксп}} \qquad (10)$$

где $P_i^{эксп}$ – экспериментальное значение давления; $P_i^{мод}$ – модельное значение давления, определяемое следующим интегральным выражением:

$$P^{мод}(\tau_i, a, b, K_1) = \frac{\int_0^L P_X(\theta, \tau_i, a, b, K_1)\, d\theta}{L} \qquad (11)$$

Используя выражения (10) и (11) определяли значения параметров целевой функции, соответствующие минимуму этого выражения. В результате получили график представляющий давление в безразмерном виде от времени (Рис. 1).

Как видно из представленного графика (Рис. 1) уравнение модельной линии адекватно описывает изменение экспериментального давления во времени, что подтверждается следующими статистическими показателями: стандартная ошибка составляет 1,5%; коэффициент корреляции между модельными значениями и экспериментальными равен 0,995. Следовательно, описание процесса прессования с использованием сигмоидальной функции напоропровод-ности может дать большую точность для описания этого процесса. В данном случае (Рис. 1) параметры сигмоидальной функции напоропроводности представлены следующими значениями: *a*=-27,207; *b*=-10,232; K_1=1,049*10^{-5}.

Таким образом, использование сигмоидальной функции напоропроводности позволяет описать экспериментальные данные для однонаправленного прессования и потока отжимаемой жидкости.

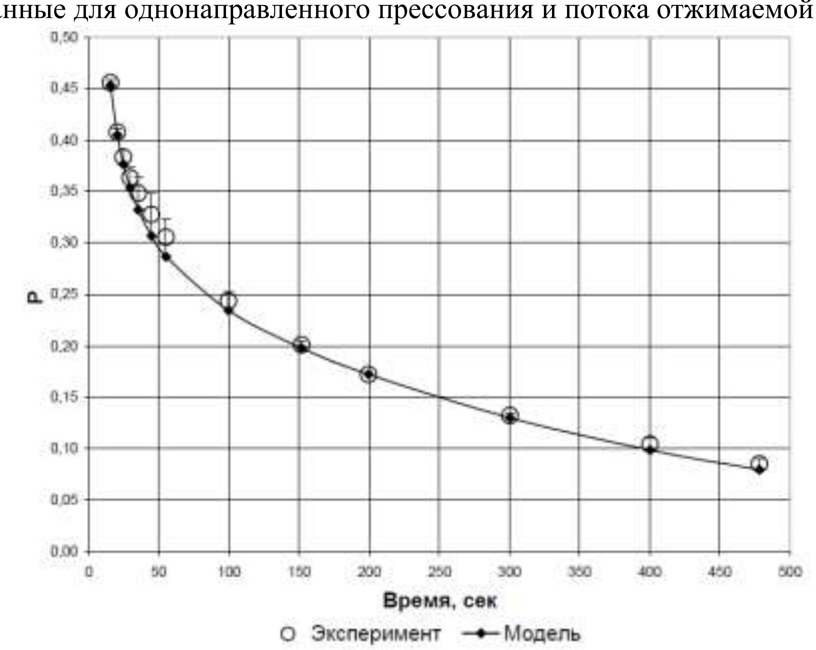

Рис. 1. Экспериментальные данные и модель прессования с переменным коэффициентом напоропроводности

Литература:

1. Schwartzberg H.G. Expression of fluid from biological solids, Separation and Purification Methods. 1997. №1 (26). P. 1 – 213.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.

References:

1. Schwartzberg H.G. Expression of fluid from biological solids, Separation and Purification Methods. 1997, (26), 1, 1 – 213
2. Lykov A. V. Theory of heat conducting. M.: High School. 1967. 599 p.