

УДК 664
ББК 36.81
М-52

Меретуков Заур Айдамирович, кандидат технических наук, докторант кафедры технологии, машин и оборудования пищевых производств Майкопского государственного технологического университета, e-mail: zamer@radnet.ru;

Кошевой Евгений Пантелеевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой машины и аппараты пищевых производств Кубанского государственного технологического университета, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru.

ОПИСАНИЕ ТЕЧЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ ЭКСТРУДЕРА (рецензирована)

Моделирование процесса экструзионной обработки фосфатидного концентрата имеющего сложный характер реологических свойств требует применения численных методов.

Целью данной работы является математическое описание течения фосфатидного концентрата насыщенного ацетоном в прямоугольном канале шнека экструдера.

Ключевые слова: фосфатидный концентрат, прямоугольный канал, экструзия, профиль Куэтта, коэффициент скольжения.

Meretukov Zaur Aydamirovich, Candidate Of Technical Sciences, assistant professor of Technology, Machines and Food Industry Equipment Department, Maikop State Technological University, e-mail: zamer@radnet.ru;

Koshevoi Eugene Panteleevich, Doctor Of Technical Sciences, Professor, Honoured Scientist of the Russian Federation, head of the Department of machines and equipment for food industry, Kuban State Technological University, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru.

DESCRIPTION OF NON- NEWTONIAN FLUID RUNNING IN EXTRUDER CHANNEL

Simulation of the extrusion processing of phosphatide concentrate having a complex rheological properties requires the application of a number of methods.

The aim of this paper is a mathematical description of the flow of phosphatide concentrate saturated with acetone in a rectangular channel screw extruder.

Key words: phosphatidic concentrate, rectangular channel, extrusion, Couette profile, slip factor.

Распределение скоростей при течении неньютоновской псевдопластичной жидкости по сечению прямоугольного канала выпрямленного канала шнека экструдера представляет собой суперпозицию параболического профиля и профиля Куэтта. В этом случае можно использовать двумерное поле скоростей псевдопластичной жидкости выведенное на основе уравнение сохранения импульса для потока:

$$\frac{-\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{-\partial \tau_{yz}}{\partial y} = \frac{dP}{dz} \quad (1)$$

где x, y – поперечные координаты, P – давление, τ_{xz} , τ_{yz} , – касательные напряжения, в поперечном сечении канала.

В экструдере, отношение dP/dz положительно для динамически вязкого подслоя. В уравнении (1) реология жидкости принята описанной функцией вязкости Хершеля-Балкли:

$$\tau_{xz} = -m \cdot \left| \frac{\partial u_z}{\partial x} \right|^{n-1} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial x} \pm \tau_0, \text{ для } |\tau_{xz}| \geq \tau_0 \quad (2)$$

$$\tau_{yz} = -m \cdot \left| \frac{\partial u_z}{\partial y} \right|^{n-1} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial y} \pm \tau_0, \text{ для } |\tau_{yz}| \geq \tau_0$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial x} = \frac{\partial u_z}{\partial y} = 0, \text{ для } |\tau_{xz}| < \tau_0 \text{ и } |\tau_{yz}| < \tau_0$$

где m и n – параметры уравнения Хершеля-Балкли и τ_0 – значение предельного напряжения сдвига.

Учитывая определяющее влияние на формирование вязкого подслоя профиля скоростей по координате y связанной с глубиной шнекового канала и движением верхней крышки рассмотрим решение задачи по центру шнекового канала от верхней подвижной до дна. В этом случае исходя из условия симметричности течения жидкости по ширине канала в его середине перейдем к одномерной задаче расчета поля скоростей по координате y . Для этого определим следующие безразмерные переменные [1]:

$$u_z^* = \frac{u_z}{H}, \xi = \frac{y}{H}, \Lambda = \left(\frac{H^{n+1}}{m \cdot V_w^n} \right) \frac{dP}{dz} \quad (3)$$

тогда уравнение (1) с учетом уравнения (3), в центре канала шнека, по его глубине примет вид:

$$\frac{d}{d\xi} \left(\left| \frac{du_z^*}{d\xi} \right|^{n-1} \cdot \frac{du_z^*}{d\xi} \right) = \Lambda \quad (4)$$

Уравнение (4) применимо для потенциального течения жидкости в отсутствии вихреобразования. В нашем случае для реального двумерного течения характерно наличие особых точек в сечении канала, в которых нарушается условие потенциальности течения жидкости, а именно в местах, где движущаяся крышка соприкасается с неподвижной стенкой. Это приводит к образованию на движущейся стенке вихревого слоя переменной интенсивности по ширине канала. Для учета этого явления используем коэффициент [1] скольжения жидкости по поверхности стенки β , что позволит применить уравнение (4) для течения жидкости в реальном канале шнека.

Возможны три различные случая распределения скоростей (рис. 1).

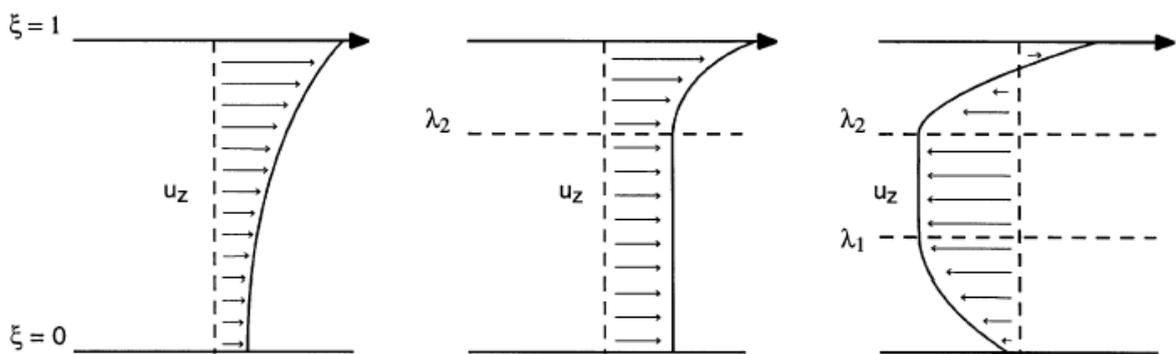


Рис. 1. Схематическое представление распределения скоростей для трех случаев градиента давления создаваемого матрицей

В зависимости от величины противодействия матрицы и реологических параметров жидкости эти случаи имеют место при выполнении следующих уравнений.

Случай А: Область малого противодействия. Этот случай получен когда:

$$\frac{\Lambda^s}{(s+1)} \leq 1 - \kappa_1 - \kappa_2 + \alpha_2 \quad (5)$$

В этих уравнениях и всех тех, которые представлены впоследствии, $s = 1/n$, $\kappa_1 = \beta_b \cdot \tau_0 / V_w$, $\alpha_1 = (\beta_b H / V_w) (-dP/dz)$, $\kappa_2 = \beta_t \cdot \tau_0 / V_w$, $\alpha_2 = (\beta_t H / V_w) (-dP/dz)$, β_b и β_t – параметры скольжения у поверхности основания и на верхней поверхности,

соответственно. Этот случай не выполняется для экспериментов по экструдированию фосфатидного концентрата.

Случай С: Область большого противодавления, создающего зону обратного тока жидкости в ядре потока. Этот случай получен когда:

$$1 - \frac{A^s}{(s+1)} (1 - \lambda_2)^{s+1} - \kappa_1 - \alpha_1 \lambda_2 - \kappa_2 - \alpha_2 (\lambda_2 - 1) + \frac{A^s}{(s+1)} \left(\lambda_2 - \frac{2\tau_0}{\text{HdP/dz}} \right)^{s+1} = 0, \quad (6)$$

Для нашего шнека решение уравнения (6) дает корень для $\lambda_2 > 1$, следовательно этот случай также не имеет места в нашем процессе.

Случай В: Поток по поверхности основания канала при средних градиентах противодавления. Характерной особенностью этого режима течения является наличие двух зон с разным скоростным режимом. Поэтому, определив геометрическую границу этих режимов, рассчитывали профили скоростей по глубине канала шнека по формулам:

$$u_z^* = 1 - \frac{A^s}{(s+1)} (1 - \lambda_2)^{s+1} - \kappa_2 - \alpha_2 (\lambda_2 - 1), \quad 0 \leq \xi \leq \lambda_2, \quad (7)$$

$$u_z^* = \frac{A^s}{(s+1)} (\xi - \lambda_2)^{s+1} - \frac{A^s}{(s+1)} (1 - \lambda_2)^{s+1} - \kappa_2 - \alpha_2 (\lambda_2 - 1) + 1, \quad \lambda_2 \leq \xi \leq 1$$

В этом случае λ_2 дается уравнением:

$$\frac{A^s}{(s+1)} (1 - \lambda_2)^{s+1} + \kappa_1 + \alpha_1 \lambda_2 + \kappa_2 + \alpha_2 (\lambda_2 - 1) - 1 = 0. \quad (8)$$

Для которого выполняются следующие условия:

$$\frac{A^s}{(s+1)} \geq 1 - \kappa_1 - \kappa_2 + \alpha_2, \quad \lambda_2 - \lambda_1 = \left(\frac{2\tau_0}{\text{HdP/dz}} \right) \geq 1 \quad (9)$$

Используя уравнения (7) и определив геометрию переходной плоскости по уравнению (7) рассчитали профиль скоростей по глубине канала шнека, который использовали для определения поля скоростей в центре по уравнению:

$$U_z(\xi) = \begin{cases} 1 - \frac{\Lambda^{\frac{1}{n(t)}}}{\frac{1}{n(t)} + 1} \cdot (1 - \lambda_2)^{\frac{1}{n(t)} + 1} - k_2 - \alpha_2 \cdot (\lambda_2 - 1), & \xi \leq \lambda_2 \\ \frac{\Lambda^{\frac{1}{n(t)}}}{\frac{1}{n(t)} + 1} \cdot (\xi - \lambda_2)^{\frac{1}{n(t)} + 1} - \frac{\Lambda^{\frac{1}{n(t)}}}{\frac{1}{n(t)} + 1} \cdot (1 - \lambda_2)^{\frac{1}{n(t)} + 1} - k_2, & \lambda_2 < \xi \leq 1 \end{cases} \quad (10)$$

Уравнение (10) использовали для определения коэффициентов проскальзывания в одномерной задаче поля скоростей. В этом случае определяли расход материала, интегрируя одномерное поле по глубине канала, без учета концевых эффектов на боковых стенках. Такой подход является обоснованным для узких каналов, в которых глубина значительно меньше ширины. Коэффициенты скольжения реального шнека определяли для пяти различных скоростей вращения вала шнека и трех температурных режимов его работы. В результате установили, что для всех режимов работы характерно только наличие коэффициента скольжения β_b , для которого можно найти зависимость от параметров проведения экспериментов. В первом приближении определили парные коэффициенты корреляции с этим параметром.

Проведенный анализ коэффициентов корреляции выявил значительное влияние на коэффициент скольжения температуры и скорости вращения шнека.

$$\beta_b(t, N) = 8,5 \times 10^{-6} \cdot t + 1,238 \times 10^{-5} \cdot N - 1,9 \times 10^{-7} \cdot t \cdot N - 3,03 \times 10^{-7} \cdot t^2 - 9,98 \times 10^{-9} \quad (11)$$

Полученное уравнение использовали для определения расхода материала в канале шнека, которое приравняли к экспериментальным данным. Для этого уравнение (1) было представлено центральной разностной схемой следующего вида:

$$-\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \cong \frac{1}{2 \cdot h^2} \cdot \tau_{xyz} \begin{vmatrix} 1 & & \\ & 1 & -4 & 1 \\ & & & 1 \end{vmatrix} \quad (12)$$

Заменяя производные в уравнении (12) конечно-разностной схемой получили возможность использовать оператор уравнения Пуассона в виде прямоугольной сетки в поперечном сечении канала шнека

$$a_{j,k} \cdot u_{j+1,k} + b_{j,k} \cdot u_{j-1,k} + c_{j,k} \cdot u_{j,k+1} + d_{j,k} \cdot u_{j,k-1} - e_{j,k} \cdot u_{j,k} = f_{j,k} \quad (13)$$

Что соответствует разностной схеме

$$-\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \cong \frac{1}{2 \cdot h^2} \cdot \tau_{xyz} \begin{vmatrix} & c & \\ a & -4 \cdot e & b \\ & d & \end{vmatrix} \quad (14)$$

В этом случае $f_{j,k}$ матрицу начальных приближений рассчитывали для прямоугольной области сечения канала шнека с дискретизацией по 50 промежуточным точкам по каждой координате. Для минимизации отклонений неявной схемы был использован метод релаксации напряжений сдвига со спектральным радиусом итераций Якоби, равным $r_{jac} = 0,95$. Реализация численной схемы в среде MathCAD позволило получить прямоугольный профиль скоростей по обоим координатам (рис. 2).

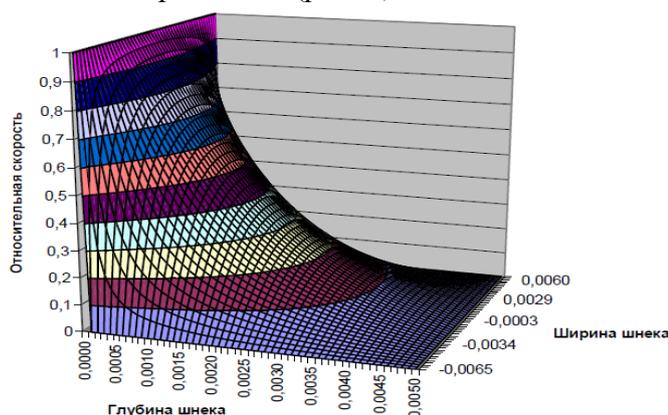


Рис. 2. Профиль скоростей прямоугольной области поперечного сечения шнека полученный по разностной схеме

Полученное решение для профиля скоростей использовали для определения расхода материала в канале шнека в результате решения уравнений (1) и (2), которое сравнивали с экспериментальными данными.

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_0^h [w(x, y, \beta t, \beta b)] dx dy = V_{\text{эксн}} \cdot \varepsilon_{\beta-n} \quad (15)$$

где $\varepsilon_{\beta-n}$ – отношение производительностей плоского канала к винтовому каналу шнеку, определяемое по формуле [2]

$$\varepsilon_{\beta-n} = \frac{\beta}{(\beta-1) \cdot (\beta^2-1)} \cdot [\beta^2 - 1 - 2 \cdot \ln(\beta)] \quad (16)$$

$$\beta = \frac{R_{\text{шнека}}}{R_{\text{шнека}} - h_{\text{шнека}}}$$

В результате расчета регрессионных зависимостей было установлено, что коэффициент скольжения β_b зависит только от температуры среды и скорости оборотов шнека:

$$\beta_b(t, N) = 1,934 \times 10^{-5} \cdot t + 2,366 \times 10^{-4} \cdot N - 2,154 \times 10^{-6} \cdot t \cdot N - 2,715 \times 10^{-6} \cdot t^2 - 5,748 \times 10^{-7} \cdot N^2 \quad (17)$$

На рисунке 3 представлена полученная по результатам идентификации экспериментов зависимость коэффициента проскальзывания от температуры и числа оборотов шнека. Отметим, что коэффициент проскальзывания растет с ростом числа оборотов шнека и уменьшением температуры.

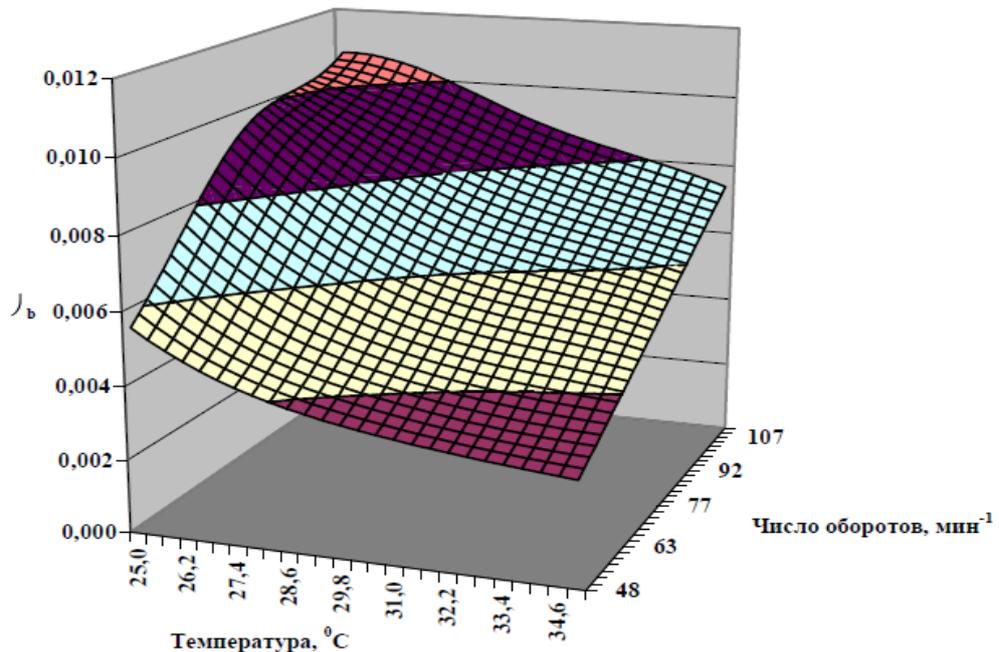


Рис. 3. Зависимость коэффициента проскальзывания β_b от температуры и числа оборотов шнека

На рисунке 4 представлена зависимость производительности, полученная по результатам идентификации экспериментов от температуры и числа оборотов шнека. При этом среднее отклонение от экспериментальных данных составило 5,8%. Отмечаем сложный характер полученной зависимости в диапазоне экспериментирования имеются

максимумы и минимум. Это необходимо учитывать при оптимизации конструировании и выборе режимов работы экструдера при агломерации фосфатидного концентрата.

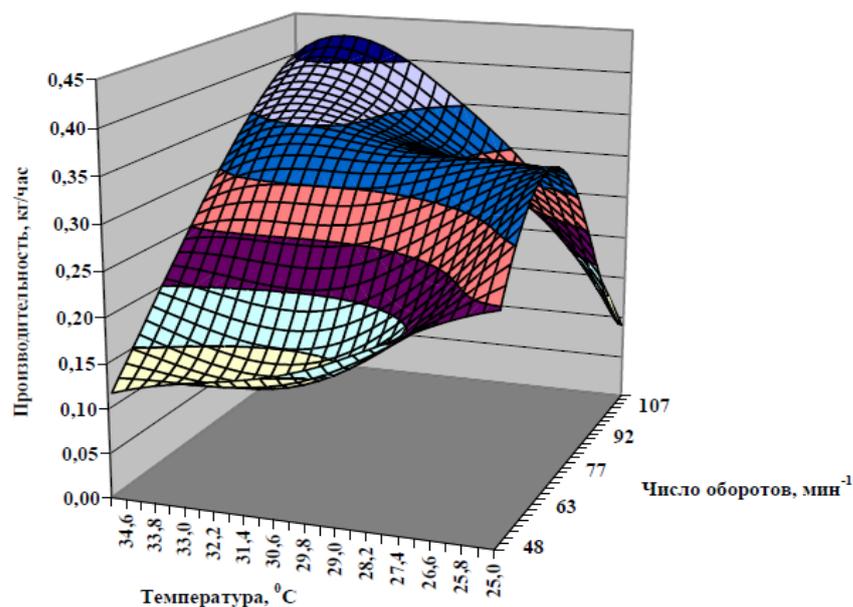


Рис. 4. Зависимость производительности экструдера при обработке фосфатидного концентрата от температуры и числа оборотов шнека

Литература:

1. Lawal A., Kalyon D.M. Analysis of nonisothermal screw extrusion processing of viscoplastic fluids with significant back flow. Chem. Eng Sci., 54, 999-1013, 1999.
2. Технологическое оборудование пищевых производств / под ред. Б.М. Азарова. М.: Агропромиздат, 1988. 463 с.