УДК 664
ББК 36.81
М-52

Меретуков Заур Айдамирович, *кандидат технических наук, докторант кафедры технологии, машин и оборудования пищевых производств Майкопского государственного технологического университета, e-mail: zamer@radnet.ru;*

Кошевой Евгений Пантелеевич, *доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой машины и аппараты пищевых производств Кубанского государственного технологического университета, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru.*

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ДВИЖУЩЕЙСЯ И НЕПОДВИЖНОЙ ПЛАСТИНОЙ

(рецензирована)

Для развития теории процесса экструзионной агломерацииЦелью данной работы является решение задачи ламинарного течения фосфатидного концентрата в щелевом канале между двумя плоскими параллельными стенками, одна из которых неподвижна, а другая движется с заданной постоянной скоростью.

Ключевые слова: фосфатидный концентрат, ламинарное течение, щелевой канал, течение Куэтта, неньютоновская жидкость.

Meretukov Zaur Aydamirovich*, Candidate Of Technical Sciences, assistant professor of Technology, Machines and Food Industry Equipment Department, Maikop State Technological University, e-mail: zamer@radnet.ru;*

Koshevoi Eugene Panteleevich*, Doctor Of Technical Sciences, Professor, Honoured Scientist of the Russian Federation, head of the Department of machines and equipment for food industry, Kuban State Technological University, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru.*

STUDY OF NON-NEWTONIAN FLUID RUNNING BETWEEN THE MOVING AND FIXED PLATE

The aim of this work is to solve the problem of laminar flow of phosphatide concentrate into a slot channel between two flat parallel walls, one of which is fixed, while the other moves with a given constant speed.

Key words: phosphatidic concentrate, laminar flow, slotted channel, Couette flow, non-Newtonian fluid.

Прежде чем описать течения фосфатидного концентрата, обладающего свойствами неньютоновской жидкости, в развернутом канале вала одношнекового экструдера проанализируем ряд вспомогательных задач.

Исследуем частный случай ламинарного течения несжимаемой ньютоновской жидкости в щели между двумя плоскими параллельными стенками, одна из которых неподвижна, а вторая движется с заданной постоянной скоростью $W_{\mathbf{пред}}$ – так называемое течение Куэтта [1]. Для одномерного потока уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} w_x(x) = 0 \qquad w_y(x) = 0 \qquad w_z(x) = 0 \tag{1)}$$

Уравнение Навье – Стокса в этом случае примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} p(x) = \mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_x(x) \tag{2}$$

Учитывая постоянство скоростного напора, для установившегося режима, имеем возможность приравнять левую часть уравнения (2) постоянной величине ΔP – градиенту давления по оси z, Па/м.

В этом случае получаем обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\mu \cdot \frac{d^2}{dx^2} w_x(x) = \Delta P \tag{3}$$

Используя прямое преобразование Лапласа, преобразуем уравнение (3) к виду:

$$\mu \cdot \left(s^2 \cdot L - s \cdot C_1 - C_2\right) - \frac{\Delta P}{s} = 0 \tag{4}$$

Разрешая полученное уравнение (4) относительно изображения искомой функции L(s) находим полученную зависимость, считая s простой переменной:

$$L(s) = \frac{\mu \cdot s^2 \cdot C_1 + \mu \cdot s \cdot C_2 + \Delta P}{s^3 \cdot \mu} \tag{5}$$

Используя обратное преобразование Лапласа, преобразуем уравнение (5) к виду:

$$w_x(x) = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta P \cdot x^2 + x \cdot \mu \cdot C_2 + \mu \cdot C_1\right) \tag{6}$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находим из условия прилипания вязкой жидкости к поверхности твердого тела на подвижной (x = h) и неподвижной (x = 0) пластинах:

$$\begin{gathered} w_x(0) = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta P \cdot 0^2 + 0 \cdot \mu \cdot C_2 + \mu \cdot C_1\right) = 0 \\ w_x(h) = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta P \cdot h^2 + h \cdot \mu \cdot C_2 + \mu \cdot C_1\right) = W_{пред} \end{gathered} \tag{7}$$

Решая систему уравнений (7) установили, что $C_1 = 0$, а C_2 определяется формулой:

$$C_2 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta P \cdot h^2 - 2 \cdot W_{пред} \cdot \mu}{h \cdot \mu} \tag{8}$$

Уравнение скорости для ламинарного течения несжимаемой ньютоновской жидкости в щели между двумя плоскими параллельными стенками, одна из которых неподвижна, а вторая движется с заданной постоянной скоростью $W_{\mathbf{пред}}$ имеет вид:

$$w_x(x) = \frac{x}{2} \cdot \frac{\Delta P \cdot x \cdot h - \Delta P \cdot x^2 + \mu \cdot 2 \cdot W_{пред}}{\mu \cdot h} \tag{9}$$

Зная распределение скорости по сечению щели можно рассчитать удельный расход жидкости:

$$V(\Delta P, h, b) = \int_0^h \left(\frac{x}{2} \cdot \frac{\Delta P \cdot x \cdot h - \Delta P \cdot x^2 + \mu \cdot 2 \cdot W_{пред}}{\mu \cdot h}\right) dx \tag{10}$$

Окончательно удельный расход жидкости в плоской щели шириной b можно представить формулой:

$$V(\Delta P, h, b) = \frac{b \cdot h}{12} \cdot \frac{\mu \cdot 6 \cdot W_{пред} - \Delta P \cdot h^2}{\mu} \tag{11}$$

Представленные уравнения (10) и (11) превращаются в формулы Куэтта для безградиентного течения жидкости (ΔP = 0). Таким образом, установлено, что в зависимости от величины гидродинамического напора (ΔP) и скорости движения пластины возможны различные режимы ламинарного течения жидкости в щелевом канале (ри. 1). На рисунке 1 видно, что при изменении перепада давления (от отрицательного до положительного значения) возможно существование обратных течений вблизи неподвижной стенки.

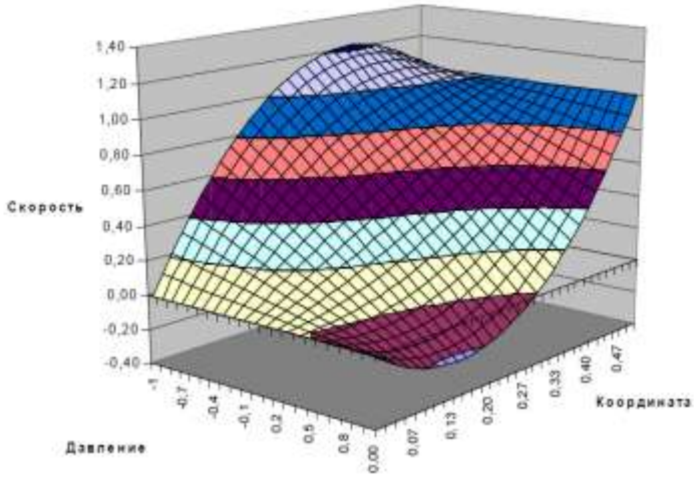

Рис. 1. Моделирование изменения профиля относительных скоростей по сечению щели для различных градиентов давления при постоянной скорости $W_{пред}$

В реальном щелевом канале профиль скоростей при допущении потенциальности течения представляет собой двумерный профиль, который при условии симметрии поля скоростей можно представить как суперпозицию одномерных полей, на основе полученного уравнения (10). В этом случае решение задачи можно представить как произведение частных решений по оси x и по оси y [2].

Учитывая, что по оси y значения скоростей на противоположных стенках равны 0, а в центре такого канала скорость максимальна имеем возможность получить распределение скоростей на основе суперпозиции задачи Куэтта и напорного течения в плоском канале.

Рассмотрим решение задачи для случая напорного движения жидкости между неподвижными пластинами.

Исследуем частный случай ламинарного течения несжимаемой ньютоновской жидкости в щели между двумя неподвижными плоскими параллельными стенками. Для одномерного потока уравнение неразрывности имеет вид аналогичный уравнению (1), а уравнение Навье – Стокса в этом случае аналогично уравнению (2).

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находим из условия прилипания вязкой жидкости к поверхности твердого тела на неподвижных стенках ($y = \pm b$) и условии симметрии ($y = 0$) в центре потока:

$$\begin{gathered} w_y(b) = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{2}\cdot \Delta P_{нап}\cdot b^2 + b\cdot\mu\cdot C_2 + \mu\cdot C_1\right) = 0 \\ w_y(-b) = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{2}\cdot \Delta P_{нап}\cdot (-b)^2 + (-b)\cdot\mu\cdot C_2 + \mu\cdot C_1\right) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} w_y(0) = 0 \end{gathered} \tag{12}$$

Решая систему уравнений (12) установили, что $C_2 = 0$, а C_1 определяется формулой:

$$C_1 = -\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta P_{нап}\cdot h^2}{\mu} \tag{13}$$

Уравнение скорости для ламинарного течения несжимаемой жидкости в щели между двумя плоскими параллельными стенками имеет вид:

$$w_y(y) = \frac{\Delta P_{нап}}{2\cdot\mu}\cdot\left(y^2 - b^2\right) \tag{14}$$

В центре скорость потока максимальна и определяется градиентом давления $\Delta P_{нап}$:

$$w_y(0) = -\frac{\Delta P_{нап}}{2 \cdot \mu} \cdot b^2 \tag{15}$$

Учитывая, что скорость в центре потока задачи Куэтта и напорного течения по условию симметрии совпадают, имеем возможность, определить скорость по уравнению (15), приравняв её к скорости по оси x , взятой из задачи Куэтта (9):

$$-\frac{\Delta P_{нап}(x)}{2 \cdot \mu} \cdot b^2 = \frac{x}{2} \cdot \frac{\Delta P \cdot x \cdot h - \Delta P \cdot x^2 + \mu \cdot 2 \cdot W_{пред}}{\mu \cdot h} \tag{16}$$

Выразим напорную составляющую давления $\Delta P_{нап}$ как функцию решения задачи Куэтта:

$$\Delta P_{нап}(x) = \frac{x}{b^2 \cdot h} \cdot \left(\Delta P \cdot x^2 - \Delta P \cdot x \cdot h - \mu \cdot 2 \cdot W_{пред}\right) \tag{17}$$

Получаем распределение скоростей напорного движения жидкости между неподвижными стенками:

$$w(x, y) = \frac{\frac{x}{b^2 \cdot h} \cdot \left(\Delta P \cdot x^2 - \Delta P \cdot x \cdot h - \mu \cdot 2 \cdot W_{пред}\right)}{2 \cdot \mu} \cdot \left(y^2 - b^2\right) \tag{18}$$

Используя распределение скоростей, полученное по уравнению (18) проводили расчет модели скоростного напора в канале прямоугольного сечения с подвижной стенкой. Профили скоростей для противодавления (ΔP = –100), безнапорного движения жидкости (ΔP = 0) и напорного движения (ΔP = 100) представлены (рис. 2) для сравнения в виде совмещенной поверхностной диаграммы, а для практически важного случая с противодавлением (ΔP = –100) также построена диаграмма (рис. 3).

Практическое значение полученные зависимости имеют для моделирования процесса экструзионной обработки пищевой массы с реологическими свойствами и неньютоновского типа как первое приближение, однако более сложный характер реологических свойств реальной жидкости (фосфатидного концентрата) потребует применения численных методов.

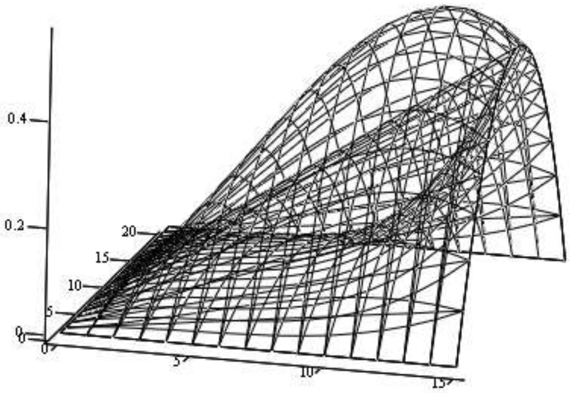

Рис. 2. Поля скоростей для противодавления (ΔP = –100) безнапорного движения жидкости (ΔP = 0) и напорного движения (ΔP = 100)

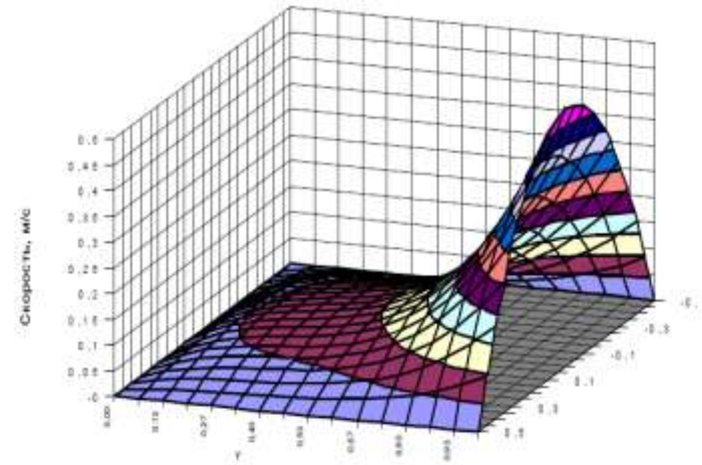

Рис. 3. Поле скоростей для противодавления (ΔP = –100 Па/м)

Литература:

1. Романков П.Г., Курочкина М.И. Гидромеханические процессы химической технологии. – 3-е изд., перераб. – Л.: Химия, 1982. – 288 с.
2. Олдройд Дж.Г. Неньютоновское течение жидкостей и твердых тел //Реология, теория и приложения / Под ред. Эйриха Ф.М. М.: ИЛ. - 1962. - 763 с.