

УДК 636.21

ББК 31.31

Г-94

Цуранов Олег Алексеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры торгово-технологического оборудования Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования Санкт-Петербургского торгового-экономического института (ГОУ ВПО СПбТЭИ), т.: (812)2977806

Крысин Анатолий Григорьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры торгово-технологического оборудования Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования Санкт-Петербургского торгового-экономического института (ГОУ ВПО СПбТЭИ), т.: (812)2977806

Вороненко Борис Авсеевич, доктор технических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного университета низкотемпературных и пищевых технологий (СПбГУНиПТ), т.: +7(812)3153778

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ КУЛИНАРНЫХ ИЗДЕЛИЙ В АППАРАТАХ ИНТЕНСИВНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

Аннотация: требования к охлаждению кулинарной продукции, длительность охлаждения, выбор температуры теплоотводящей среды, математическая модель охлаждения, поле температуры в продукте, результаты обработки материала.

Ключевые слова: охлаждение кулинарной продукции, математическая модель процесса.

Tsuranov Oleg Alexeevich, Candidate of Technical Sciences, assistant professor of trade and technological equipment department of the educational institution of higher education 'St. Petersburg Trade-Economic Institute' (SEI HPE SPbTEI), tel.: (812) 2977806

Krysin Anatoly Grigorievich, Candidate of Technical Sciences, assistant professor of trade and technological equipment department of the educational institution of higher education 'St. Petersburg Trade-Economic Institute' (SEI HPE SPbTEI), tel.: (812) 2977806

Voronenko Boris Avseevich, Doctor of Technical Sciences, professor of St. Petersburg State University of Refrigeration and Food Technologies, tel.: 7 (812) 3153778

FEATURES OF MATHEMATICAL DESCRIPTION OF CHILLED CULINARY PRODUCTS IN INTENSIVE REFRIGERATORS

Abstract: The cooling requirements of culinary products, duration of cooling, heat sink temperature selection, mathematical model of cooling, the temperature field in the product, the results of processing the material.

Keywords: cooling culinary production, mathematical model of the process.

После приготовления пищевого продукта его охлаждение должно выполняться максимально быстро. Это обусловлено тем, что приготавливаемый продукт должен находиться как можно меньше времени в интервале температур 8...30°C, в котором размножение бактерий протекает интенсивно. Поэтому охлаждение продукта в геометрическом центре от 70...90°C до 5°C или ниже (до 3°C) должно осуществляться за время не более 90 минут.

В охлаждающих устройствах из методов интенсификации охлаждения продуктов наиболее часто используют понижение температуры теплоотводящей среды. В камере охлаждения устанавливают температуру воздуха, равную -20...-30°C.

Температуру в продукте контролируют электронным термометром, измеряющим температуру в центре продукта. Этот метод используют применительно к продуктам, толщина которых более 0,03...0,04 м. При меньшей толщине продукта длительность охлаждения устанавливают посредством таймера, задающего длительность процесса.

Процесс охлаждения выполняется следующим образом. До загрузки продукта в охлаждающее устройство его включают и доводят температуру воздуха в нем до технологически выбранной величины, т.е. до -20...-30°C. После этого в аппарат загружают

продукт, имеющий начальную температуру +70...90°C.

После загрузки аппарата, несмотря на работу холодильной машины, температура воздуха в охлаждаемом объеме повышается. Практика свидетельствует, что в начале процесса охлаждения температура воздуха в аппарате становится близкой или равной температуре продукта.

По мере работы холодильной машины температура в центре продукта понижается до +10°C или несколько ниже. Достижение технологически приемлемой температуры в центре продукта, равной +5...3°C, обеспечивается на второй стадии охлаждения. Для того, чтобы поверхность продукта не начала замерзать, используют двухстадийный способ. На второй стадии охлаждения температуру среды принимают равной 0...3°C. Одновременно уменьшают скорость движения воздуха вблизи поверхности продукта.

Выбор конечной температуры на первой стадии и температуры теплоотводящей среды на второй стадии основано на рекомендациях фирм производителей холодильного оборудования. Рекомендации увязаны с опытом охлаждения разнообразных продуктов, с их индивидуальными свойствами. Эти данные являются научным достоянием фирм и не подлежат огласке. На базе этих данных осуществляется программирование работы холодильной машины и, как следствие, длительность процесса. В силу этого представляет теоретический и практический интерес математическое описание процесса охлаждения и на основе полученного решения - выбор оптимальных параметров охлаждения.

Для математического описания процесса охлаждения в простейшем случае используют краевые условия третьего рода при постоянной температуре теплоотводящей среды [1]. Принимаемые параметры не отражают реальных условий работы аппаратов интенсивного охлаждения и поэтому могут быть использованы лишь для приближенной оценки длительности процесса.

Настоящая модель описывает реальный процесс охлаждения продукта, форма которого подобна неограниченной пластине. Она учитывает изменение температуры теплоотводящей среды во времени, позволяет оптимизировать процесс с учетом его свойств и изменения параметров теплоотводящей среды во времени.

Решение задачи

Первая стадия охлаждения

Требуется решить дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} \quad (0 < \tau < \infty (< \tau_1), 0 < x < R) \quad (1)$$

при следующих условиях:

$$t_1(x, 0) = t_o = const; \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial t_1(R, \tau)}{\partial x} + \alpha_1 [t_m + (t_o - t_m)e^{-k\tau} - t_1(R, \tau)] = 0, \quad (k = const > 0; t_o > t_m = t_{\min}); \quad (3)$$

$$\frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

Здесь (2) – начальное условие (состояние тела в момент начала процесса охлаждения); (3) – граничное условие третьего рода (теплообмен между поверхностью тела и окружающей средой происходит по закону конвекции), температура среды – экспоненциальная функция времени $t_c(\tau) = t_m + (t_o - t_m)e^{-k\tau}$; равенство (4) – условие симметрии.

Решение для I стадии, т.е. решение краевой задачи теплопроводности (1) – (4) в безразмерном виде, получено методом интегрального преобразования Лапласа в следующем виде:

$$T_1(X, Fo) = \frac{t_o - t_1(x, \tau)}{t_o - t_m} = 1 + \frac{Bi_1}{\varphi(Pd)} \cos(\sqrt{Pd} X) e^{-PdFo} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m}{1 - \frac{\mu_m^2}{Pd}} \cos(\mu_m X) e^{-\mu_m^2 Fo}, \quad (5)$$

где

$$\varphi(Pd) = Bi_1 \cos \sqrt{Pd} - \sqrt{Pd} \sin \sqrt{Pd};$$

μ_m – последовательные положительные корни характеристического уравнения,

$$\operatorname{ctg} \mu = \frac{\mu}{Bi_1}. \quad (6)$$

Вторая стадия охлаждения

Постановка задачи.

Требуется решить дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2} \quad (0 < \tau < \infty \ (\tau_1 < \tau < \infty), \ 0 < x < R) \quad (7)$$

при следующих условиях:

$$t_2(x, 0) = t_1(x, \tau_1) = t_o - (t_o - t_m) \left[1 + \frac{Bi_1}{\varphi(Pd)} \cos\left(\sqrt{Pd} \frac{x}{R}\right) e^{-k\tau_1} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m}{1 - \frac{\mu_m^2}{Pd}} \cos\left(\mu_m \frac{x}{R}\right) e^{-\mu_m^2 \frac{\tau_1}{R^2}} \right]; \quad (8)$$

$$-\lambda \frac{\partial t_2(R, \tau)}{\partial x} + \alpha_2 [t_c - t_2(R, \tau)] = 0; \quad t_c = \text{const} < t_2(R, \tau), \ t_c < t_m; \quad (9)$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

Здесь (8) – начальное условие для второй стадии охлаждения, являющееся конечным распределением температуры в теле в момент окончания первой стадии; (9) – граничные условия третьего рода; (10) – условие симметрии.

Решение для II стадии задачи (7) – (10), т.е. распределение поля температур получено в виде

$$T_2(X, Fo) = \frac{t_o - t_2(x, \tau)}{t_o - t_m} = 1 - T_c + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\mu_n X) e^{-\mu_n^2 Fo} \times \left[T_c \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} + \frac{Bi_1}{\sqrt{Pd} \varphi(Pd)} \times \frac{\sin \sqrt{Pd} \cos \mu_n - \frac{\mu_n}{\sqrt{Pd}} \cos \sqrt{Pd}}{1 - \frac{\mu_n^2}{Pd}} e^{-Pd Fo_1} - \sum_{m=1}^{\infty} A_m \frac{\sin \mu_m \cos \mu_n - \frac{\mu_n}{\mu_m} \sin \mu_n \cos \mu_m}{\mu_m (1 - \frac{\mu_m^2}{Pd}) (1 - (\frac{\mu_n}{\mu_m})^2)} e^{-\mu_m^2 Fo_1} \right], \quad (11)$$

где

$$A_n = (-1)^{n+1} \frac{2Bi_1 \sqrt{Bi_2 + \mu_n^2}}{\mu_n (Bi_2^2 + Bi_2 + \mu_n^2)},$$

$$\mu_n - \text{корни характеристического уравнения} \quad \operatorname{ctg} \mu = \frac{\mu}{Bi_2} \quad (12)$$

Обозначения:

$t(x, \tau)$ ($i=1,2$);

t_o – температура тела;

t_m – минимальная температура тела в первой стадии охлаждения;

t_c – температура среды;

τ, τ_1 – время (τ_1 – длительность первой стадии процесса охлаждения);

x – координата;

R – характерный размер (половина толщины пластины);

a – коэффициент теплопроводности продукта;

λ – коэффициент теплопроводности продукта;

α_i ($i=1,2$) – коэффициенты теплоотдачи;

$$T_1(x, Fo) = \frac{t_o - t_1(x, \tau)}{t_o - t_m}, \quad T_2(x, Fo) = \frac{t_2(x, \tau) - t_c}{t_m - t_c} - \text{безразмерные температуры};$$

$$Bi_1 = \frac{\alpha_1 R}{\lambda}, \quad Bi_2 = \frac{\alpha_2 R}{\lambda} \text{ – числа Био;}$$

$$Fo = \frac{a \tau}{R^2}, \quad Fo_1 = \frac{a \tau_1}{R^2} \text{ – числа Фурье;}$$

$$Pd = \frac{k R^2}{a} \text{ – число Предводителя;}$$

$$X = \frac{x}{R} \text{ – безразмерная координата;}$$

$$T_c = \frac{t_c - t_m}{t_o - t_m} \text{ – безразмерная температура;}$$

Индексы: $i = 1$ – первая стадия, $i = 2$ – вторая стадия.

Эффективность работы модели проверена путем сравнения экспериментальных¹ (рис. 1) и расчетных данных (рис. 2).

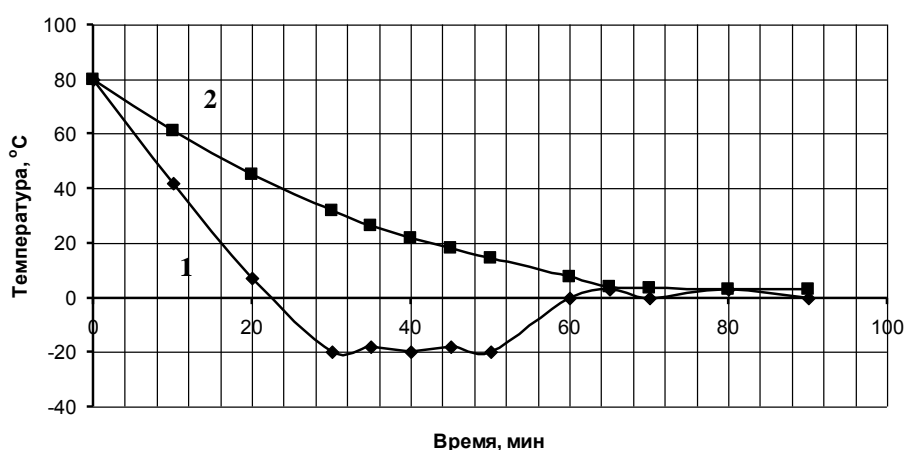


Рис. 1. Изменение температуры воздуха (1) в аппарате “шокового охлаждения” и температуры в центре продукта (2)

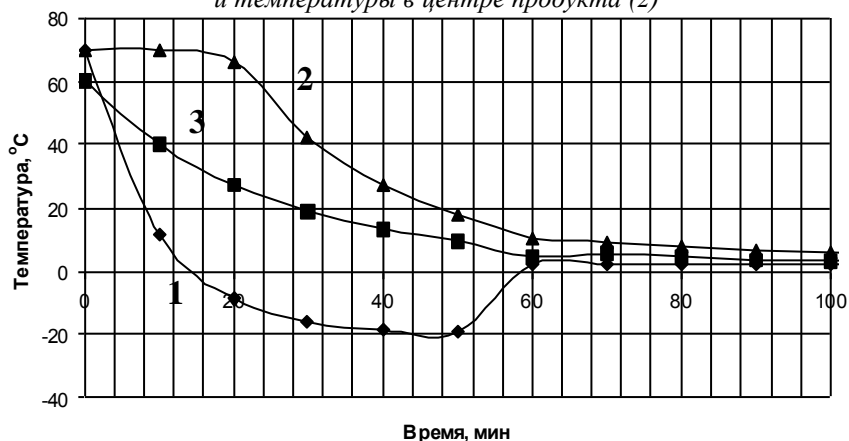


Рис. 2. Изменение температуры воздуха (1) в аппарате интенсивного охлаждения, температуры в центре продукта (2) и на его поверхности (3), (расчетные данные).

¹ Представленный рисунок (рис. 1.) отражен в публикации “Безопасный путь к шоковому охлаждению, заморозке и оттаиванию”, компания “Русский проект”, <http://www.rp1990.ru/company/publications/2009/117.html>

ВЫВОДЫ:

1. Получено аналитическое решение задачи охлаждения тела в аппаратах интенсивного охлаждения при переменной температуре теплоотводящей среды.

2. Температурное поле продукта, полученное на основе аналитического решения задачи, соответствует реальному процессу охлаждения продукта.

Литература:

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.