

УДК. 664.002.05

ББК 36.8

М-52

Меретуков Заур Айдамирович, кандидат технических наук; доцент кафедры технологии, машин и оборудования пищевых производств технологического факультета Майкопского государственного технологического университета, т. (8772) 55-26-08, e-mail: zamer@radnet.ru;

Кошевой Евгений Пантелеевич, доктор технических наук, профессор, «Заслуженный деятель науки Российской Федерации» заведующий кафедрой машины и аппараты пищевых производств Кубанского государственного технологического университета, т. (8612) 752279, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ОЦЕНКИ ЭКСТРАГИРУЕМОСТИ РАСТИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПОДГОТОВЛЕННЫХ В ВИДЕ ПОРИСТЫХ «ВЗОРВАННЫХ» ГРАНУЛ (рецензирована)

Для более точного представления кинетики экстрагирования подготовленных растительных материалов необходимо перейти к представлениям упорядоченной структуры. Такой упорядоченной структурой можно представить твердую фазу в различной классической форме (пластина, цилиндр, сфера, что соответствует реальным частицам – лепесток, гранула, крупа) с внешним периферийным экстрагируемым слоем из вскрытых клеток, то есть объем частицы из которого происходит экстракция.

Анализ и сравнение диффузии в частицах с внешней экстрагируемой областью может обеспечить существенную информацию, чтобы понять поведение массопередачи в системах с различной степенью вскрытия клеточной структуры. При теоретическом изучении коэффициенты массопередачи могут быть оценены на основе аналитических решений уравнения диффузии для материалов трех геометрических форм с внешней областью частиц доступной для диффузии.

Ключевые слова: растительный материал, пористые гранулы, экстрагируемость, экструзия, диффузия, клеточная структура.

Meretukov Zaur Aydamirovich, Candidate Of Technical Sciences, assistant professor of Technology, Machines and Food Industry Equipment Department, Maikop State Technological University, e-mail: zamer@radnet.ru;

Koshevoi Eugeny Panteleevich, Doctor Of Technical Sciences, Professor, Honoured Scientist of the Russian Federation, head of the Department of machines and equipment for food industry, Kuban State Technological University, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru.

DEVELOPMENT OF ASSESSMENT THEORY OF VEGETABLE MATERIALS EXTRACTABILITY PREPARED AS POROUS "BLOW UP" GRANULES

For a more accurate representation of the kinetics of extraction of plant materials it is necessary to move to the notion of an ordered structure. Such an ordered structure can be represented by a solid phase in various classical forms (plate, cylinder, sphere, which corresponds to the real particles - petal, granules, grits) with an external peripheral layer extracted from dissected cells, i.e. the volume of the particle of which the extraction occurs.

Analysis and comparison of diffusion in the particles with the external extractable area can provide important information to understand the behavior of mass transfer in systems with varying degrees of opening the cell structure. In the theoretical study of mass transfer coefficients can be estimated on the basis of analytical solutions of diffusion equations for materials of three geometric shapes with the outer area of particles available for diffusion.

Keywords: plant material, porous granules, extractability, extrusion, diffusion, cell structure.

Существующие представления о растительном материале, подвергаемом экстракции, как имеющем клеточное строение [1], которое разрушается различными способами при подготовке к экстракции [2], требуют разработки теоретических основ количественной оценки степени вскрытия клеточной структуры.

Оценка экстрагируемости растительных материалов, подготовленных способом экструдирования с расширением («взрывом») гранул на выходе из отверстия матрицы, может быть осуществлена на основе уточненного теоретического описания кинетики экстракции растительных материалов с учетом структуры твердой фазы с различной локализацией и связанностью экстрактивных веществ в твердой фазе.

Исходя из диффузионного механизма процесса экстрагирования [3] необходимо для принятой упорядоченной структуры частиц классической формы (пластина, цилиндр, сфера) с образованным при «взрыве» внешним периферийным экстрагируемым слоем решать уравнение диффузии.

Анализ диффузии представлен для трех форм частиц в одномерном случае с постоянной внешней поверхностной концентрацией и внутренней поверхности непроницаема для диффундирующих веществ (или нулевой градиент концентрации на внутренней поверхности) с постоянным коэффициентом диффузии и изотермическим условием. При этом уравнения диффузии могут быть решены аналитически [4].

Уравнение для диффузии в радиальном направлении для сферы с постоянным коэффициентом диффузии имеет вид [5]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (1)$$

Рассматривается диффузия во внешней оболочке сферы с внутренним и внешним радиусом, a и b , соответственно. Во внешней оболочке сферы – первоначально однородная концентрация, C_0 , и внешняя поверхностная концентрация поддерживается при постоянном значении, C_1 . Если внутренняя поверхность оболочки не проницаема, то граничное условие на внутренней поверхности оболочки, $r = a$, имеет вид

$$\left. \frac{\partial C}{\partial r} \right|_{r=a} = 0 \quad (2)$$

Соответственно начальные и граничные следующие

$$C|_{r=0} = C_0 \quad (3)$$

$$C|_{r=b} = C_1 \quad (4)$$

При принятии $x=(r-a)/(b-a)$, $\tau=Dt/(b-a)^2$, и $u=[1-(C_0-C)/(C_0-C_1)]/r$ уравнение (1) становится

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (5)$$

с соответствующими граничными и начальными условиями

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{x=a} = 0 \quad (6)$$

$$u|_{\tau=0} = 1 \quad (7)$$

$$u|_{x=b} = 0 \quad (8)$$

Уравнение (5) решено для сорбции [6], используя метод разделения переменных, и решение для экстракции из внешней области сферы может быть представлено в форме тригонометрического ряда

$$u(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \sin(\lambda_n x) + B_n \cos(\lambda_n x)] \exp(-\lambda_n^2 \tau) \quad (9)$$

где A_n , B_n и λ_n определены начальными и граничными условиями.

Из граничного условия при $x = 0$ следует

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{x=a} = \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda_n A_n - B_n) \exp(-\lambda_n^2 \tau) = 0 \quad (10)$$

отсюда

$$\lambda_n A_n = 0 \quad (11)$$

Из граничного условия при $x = 1$ следует

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin \lambda_n + B_n \cos \lambda_n) \exp(-\lambda_n^2 \tau) = 0 \quad (12)$$

или

$$A_n \sin \lambda_n = 0 \quad (13)$$

Отсюда

$$\sin(\lambda_n) = 0 \quad (14)$$

таким образом

$$\lambda_n = \pi \cdot n \quad (15)$$

Поэтому, решение уравнения (5) может быть написано в виде

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 2 \cdot (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sin\left(\pi \cdot n \cdot \frac{x-a}{b-a}\right)}{\pi \cdot n \cdot \frac{x-a}{b-a}} \cdot \exp\left[-\frac{(\pi \cdot n)^2 \cdot D \cdot t}{(b-a)^2}\right] \right\} \quad (16)$$

Учитывая, что данное уравнение справедливо для $a < x < b$, а расчет концентрационного поля необходимо проводить в интервале $0 < x < b$, и диапазоне $0 < x < a$ $u(x, t) = 1$ уравнение (16) должно быть дополнено этим условием. Это может быть осуществлено программным способом или с применением функции Хевисайда:

$$u(x, t) = H\left(\frac{x-a}{b-a}\right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 2 \cdot (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sin\left(\pi \cdot n \cdot \frac{x-a}{b-a}\right)}{\pi \cdot n \cdot \frac{x-a}{b-a}} \cdot \exp\left[-\frac{(\pi \cdot n)^2 \cdot D \cdot t}{(b-a)^2}\right] \right\} + H\left(-\frac{x-a}{b-a}\right) \quad (17)$$

На рисунке 1 показан численный пример со следующими параметрами ($a = 0.2 \cdot 10^{-3}$ м; $b = 0.5 \cdot 10^{-3}$ м; $D = 10^{-13}$ м²/с; $t = 10^5$ с).

Отношение q_t/q_∞ является отношением общей суммы диффундирующих веществ, которая извлечена из внешней области сферы за время t , к соответствующему количеству, которое может быть извлечено за бесконечное время (исчерпывающее извлечение, которое при экстракции чистым растворителем $C_1 = 0$ представляет исходное содержание экстрактивных веществ q_0), то есть,

$$\frac{\bar{q}_t}{q_0} = \frac{3}{b^2} \cdot \int_0^b x^2 u(x, t) dx \quad (18)$$

Учитывая сложность аналитического решения уравнения (18) в дальнейшем применяли численные методы для идентификации параметров по экспериментальным данным.

В случае если $a = 0$ то, оценивая пределы уравнения (16), получают соответствующее выражение для концентрации диффундирующих веществ, $C(r, t)$ для полной сферы:

$$\frac{C_0 - C(r, t)}{C_0 - C_1} = \frac{2b}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi r}{b}\right) \exp\left(-\frac{Dn^2\pi^2 t}{b^2}\right) \quad (19)$$

и интегрируя (18) с учетом (19) получаем

$$\frac{\bar{q}_t}{q_0} = \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left(-\frac{Dn^2\pi^2 t}{b^2}\right) \quad (20)$$

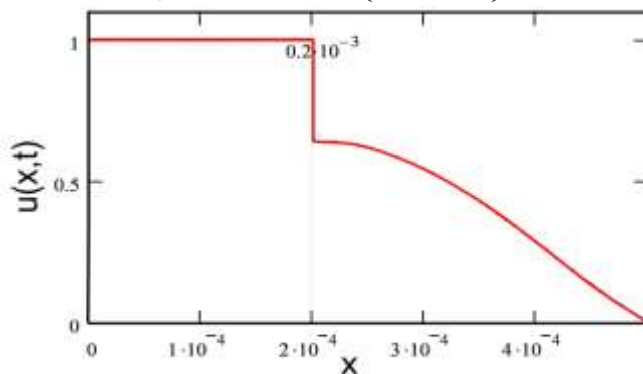


Рис.1. Распределение поля концентрационной функции, рассчитанное с применением функции Хевисайда (параметры $a = 0.2 \cdot 10^{-3}$ м; $b = 0.5 \cdot 10^{-3}$ м; $D = 10^{-13}$ м²/с; $t = 10^5$ с)

Уравнения (19) и (20) – известные выражения для диффузии в сфере [7, 5].

Для частицы в виде плоской пластины в области $-b < r < b$ с исходной равномерно распределенной концентрацией C_0 , и при поддержании постоянной концентрации C_1 на внешних поверхностях, решение уравнения диффузии

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \quad (21)$$

в форме тригонометрического ряда, для экстракции имеет следующий вид

$$\frac{C_0 - C(r, t)}{C_0 - C_1} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos \frac{(2n+1)\pi r}{2b} \exp\left(-\frac{D(2n+1)^2 \pi^2 t}{4b^2}\right) \quad (22)$$

и соответственно уравнение кинетической кривой

$$\frac{\bar{q}_t}{q_{\infty}} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left(-\frac{D(2n+1)^2 \pi^2 t}{4b^2}\right) \quad (23)$$

Для случая расположения симметрично оси пластины области не участвующей в диффузии (зона не вскрытых клеток материала), так как градиент концентрации в центральной плоскости – ноль, то уравнение (22) справедливо и для этого случая. В этом случае, полутолщина должна быть заменена разностью

$$R = b - a \quad (24)$$

Таким образом, для пластины с центральной зоной невскрытых клеток и пластины без этой зоны решение единое с соответствующим характерным размером.

Для оценки эффективности экстракции из плоских частиц с различной степенью вскрытия клеточной структуры необходимо сопоставить кинетические кривые диффузии из внешнего слоя толщиной $(b-a)$ и из полной толщины b (уравнение (23) с соответствующими размерами слоя). При этом надо принять внешний размер этих пластин одинаковым, равным b , и привести к одинаковому количеству экстрактивных веществ q_0 . В сравниваемых вариантах количество экстрактивных веществ q_{∞} пропорционально объему частицы, из которого происходит экстрагирование. Если принять в сравниваемых случаях полное одинаковое количество экстрактивных веществ в плоской частице, то для частицы с экстрагированием из внешнего слоя надо ввести поправку на соотношение объемов

$$q_{\infty} = q_0 \left[1 - \frac{1}{(h+1)}\right] = q_0 \frac{h}{h+1} \quad (25)$$

где $h = \frac{b}{a} - 1$

и уравнение кинетической кривой (23-141) примет вид

$$\left(\frac{\bar{q}_t}{q_0}\right) = \frac{h}{(h+1)} \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left(-\frac{D(2n+1)^2 \pi^2 t}{4(b-a)^2}\right) \quad (26)$$

Диффузия в радиальном направлении в цилиндре может быть описана уравнением

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (27)$$

Если исходная концентрация внутри цилиндра однородная, C_0 , а поверхностная концентрация цилиндра поддерживается при постоянном значении C_1 , то решение уравнения (27) для экстракции имеет вид

$$\frac{C_0 - C(r, t)}{C_0 - C_1} = \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(r\alpha_n)}{\alpha_n J_1(b\alpha_n)} \exp(-D\alpha_n^2 t) \quad (28)$$

где b – радиус цилиндра, и $J_0(x)$, и $J_1(x)$ представляют Бесселевы функции первого рода порядка 0 и 1, соответственно. Параметры, α_n являются положительными корнями следующего уравнения:

$$J_0(b\alpha_n) = 0 \quad (29)$$

Соответствующая кинетическая кривая имеет вид

$$\frac{\bar{q}_t}{q_{\infty}} = \frac{4}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \exp(-D\alpha_n^2 t) \quad (30)$$

Если внутренняя поверхность, $r = a$, является непроницаемой, а внешняя поверхность, $r = b$, поддерживается при постоянной концентрации, решение уравнения (27) для экстракции имеет вид

$$\frac{C_0 - C(r, t)}{C_0 - C_1} = \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2(a\alpha_n) [Y_0(b\alpha_n) J_0(r\alpha_n) - J_0(b\alpha_n) Y_0(r\alpha_n)]}{J_1^2(a\alpha_n) + J_0^2(b\alpha_n)} \exp(-D\alpha_n^2 t) \quad (31)$$

где параметры α_n являются положительными корнями уравнения

$$J_1(a\alpha_n) Y_0(b\alpha_n) - Y_1(a\alpha_n) J_0(b\alpha_n) = 0 \quad (32)$$

$Y_0(x)$ и $Y_1(x)$ – Бесселевы функции второго рода порядка 0 и 1, соответственно.

Уравнение кинетической кривой имеет вид

$$\frac{\bar{q}_t}{q_\infty} = \frac{4}{b^2 - a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2 \left[1 - \frac{J_0^2(b\alpha_n)}{J_1^2(a\alpha_n)} \right]} \exp(-D\alpha_n^2 t) \quad (33)$$

Для оценки эффективности экстракции из цилиндрических частиц с различной степенью вскрытия клеточной структуры необходимо сопоставить кинетические кривые диффузии из внешнего слоя толщиной (b-a) (уравнение (33)) и из полной толщины b (уравнение (30)). При этом надо принять внешний размер этих цилиндров одинаковым, равным b, и привести к одинаковому количеству экстрактивных веществ q_0 . В сравниваемых вариантах количество экстрактивных веществ q_∞ пропорционально объему частицы, из которого происходит экстрагирование. Если принять в сравниваемых случаях полное одинаковое количество экстрактивных веществ в цилиндрической частице, то для частицы с экстрагированием из внешнего слоя надо ввести поправку на соотношение объемов, тогда

$$\left(\frac{\bar{q}_t}{q_0} \right) = \frac{4}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2 \left[1 - \frac{J_0^2(b\alpha_n)}{J_1^2(a\alpha_n)} \right]} \exp(-D\alpha_n^2 t) \quad (34)$$

Представленные в данном разделе зависимости могут быть использованы для оценки степени влияния способов подготовки к экстракции растительных материалов.

Литература:

1. Щербаков В.Г. Химия и биохимия переработки масличных семян. М.: Пищевая промышленность, 1977. 168 с.
2. Белобородов В.В. Основные процессы производства растительных масел. М.: Пищевая промышленность, 1966. 478 с.
3. Аксельруд Г.А. Теория диффузионного извлечения веществ из пористых тел. Львов: ЛГУ, 1955.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.
5. Рудобашта С.П. Массоперенос в системах с твердой фазой. М.: Химия, 1980. 248 с.
6. Lu T., Bulow M. Analysis of Diffusion in Hollow Geometries. Adsorption 6, 125-136. 2000.
7. Crank, J., *The Mathematics of Diffusion*, 2nd ed., pp. 83, 91, 98, Oxford University Press, 1975.