

УДК. 664.002.05:532

ББК 22.3

М-52

Меретуков Заур Айдамирович, кандидат технических наук, доцент кафедры технологии, машин и оборудования пищевых производств Майкопского государственного технологического университета, e-mail: zamer@radnet.ru;

Кошевой Евгений Пантелеевич, доктор технических наук, профессор, «Заслуженный деятель науки Российской Федерации», заведующий кафедрой машины и аппараты пищевых производств Кубанского государственного технологического университета, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ ЭКСТРУДЕРА С УЧЕТОМ ОТЖИМА

(рецензирована)

Описание течения фосфатидного концентрата в канале вала одношнекового экструдера с учетом отжима в пределах всей длины канала с неизменной геометрией получено аналитическим решением системы исходных дифференциальных уравнений производительности экструдера и фильтрации.

Поток отжимаемой жидкости на элементарном участке длины направленный наружу представлен уравнением фильтрации. При этом реология жидкости принята описанной функцией вязкости Хершеля-Балкли.

Для учета вихревого слоя по ширине канала на движущейся стенке ввели коэффициент скольжения жидкости по поверхности стенки β , что позволило применять полученные уравнения для течения жидкости в реальном канале шнека.

Получено аналитическое решение исходных дифференциальных уравнений, которое справедливо в пределах всей длины канала с неизменной геометрией одношнекового экструдера.

Ключевые слова: осевой поток, неньютоновская жидкость, экструзия, скорость отжима, производительность.

Meretukov Zaur Aydamirovich, Candidate Of Technical Sciences, assistant professor of Technology, Machi-nes and Food Industry Equipment Department, Maikop State Technological University, e-mail: zamer@radnet.ru;

Koshevoi Eugene Panteleevich, Doctor Of Technical Sciences, Professor, Honoured Scientist of the Russian Federation, head of the Department of machines and equipment for food industry, Kuban State Technological University, e-mail: Koshevoi@kubstu.ru.

MODELLING OF NON-NEWTON FLUID IN THE EXTRUDER CANAL WITH REGARD TO SPIN

The description of phosphatidic concentrate flow in the wall canal of a single-screw extruder with a light spinning across the entire length of the channel with fixed geometry of the analytical solution of the original differential equations and filtering extruder has been obtained.

The flow of the liquid presses on the elementary portion of the length of the outward has been represented by an equation of filtration. Meanwhile the fluid rheology has been described by the function of viscosity of Hershel- Bulkley.

To account for the vortex sheet across the width of the channel at the moving wall liquid slip coefficient has been introduced on the surface of the wall β , which allowed to apply the equations for fluid flow in a real channel screw.

An analytical solution of the original differential equations, which is valid within the entire length of the channel with fixed geometry of single-screw extruder has been obtained.

Keywords: axial flow, non-Newtonian fluid, extrusion, spinning speed, performance.

Технология производства фосфатидного концентрата (растительного лецитина), заключается в прямой экстракционной очистке растительных фосфолипидов, полученных при переработке семян подсолнечника [1]. В связи с разработкой экструзионной агломерации для отгонки растворителя из

фосфатидного концентрата, насыщенного после экстракционной очистки ацетоном [2], выполнено моделирование течения неньютоновской жидкости в каналах экструдера. Как растворитель применяется ацетон по ГОСТ 2768-84, сорт высший.

Осевой поток неньютоновской жидкости в канале вала одношнекового экструдера описывается формулой, принятой в теории экструдирования [3,4], которая с учетом особенностей процесса экструдирования совмещенного с отжимом специфичного материала включает корректирующие параметры k_1 и k_2 :

$$Q_{xi} = \pi \cdot D \cdot W \cdot H \cdot N \cdot \cos \theta \cdot \frac{f_d \cdot k_1}{2} - \frac{H^3 \cdot W \cdot f_{ps} \cdot f_{pd} \cdot k_2}{12 \cdot n \cdot \mu_c} \cdot \frac{dP}{dX} \quad (1)$$

где Q_{xi} – осевой поток неньютоновской жидкости в экструдере, m^3/c ; i – номер витка; D – диаметр зеера, м; H – глубина витка, м; W – ширина витка (через шаг S , $W = S \cos \theta$), м; $\theta = \arctg S/(\pi D)$ – угол наклона нитки витка, радиан; N – скорость вращения шнекового вала, $1/c$; n – показатель степенного закона в уравнении течения неньютоновской жидкости (материала); μ_c – вязкость неньютоновской жидкости, Па·с; P – давление, вызванное валом, Па; X – расстояние вдоль шнекового канала, м.

При этом коэффициент формы вынужденного потока

$$f_d = 1 - \left(0,487 \cdot n^2 - 0,948 \cdot n + 0,972 \right) \cdot \frac{H}{W}, \quad (2)$$

коэффициент формы для противотока, вызванного сопротивлением выходного устройства

$$f_{ps} = 1 - \left(0,949 \cdot n^2 - 1,87 \cdot n + 1,59 \right) \cdot \frac{H}{W}, \quad (3)$$

корректирующий коэффициент для средней вязкости в потоке

$$f_{pd} = 0,98$$

Поток отжимаемой жидкости на элементарном участке длины dX направленный наружу может быть представлен уравнением фильтрации:

$$Q_{ri} = \pi \cdot D \cdot dX \cdot u_r = \pi \cdot D \cdot dX \cdot \frac{P}{\alpha_s \cdot \mu_l \cdot m_s} \quad (4)$$

где u_r – скорость потока отжимаемой жидкости на поверхности зеера; α_s – удельное сопротивление фильтрации; μ_l – вязкость масла и m_s – масса твердых в канале шнека на единицу площади зеера. Нижний индекс s относится к твердой фазе и l – к жидкой фазе.

Из материального баланса на элементарном участке канала экструдера:

$$Q_x \cdot \rho_c = (Q_x + dQ_x) \cdot \rho_c + Q_l \cdot \rho_l \quad (5)$$

где ρ – плотность (индексы c – твердый материал; l – жидкость).

Комбинируя уравнения (4) и (5) после преобразования получаем:

$$-\frac{dQ_x}{dX} = \frac{\pi \cdot D \cdot P}{\alpha_s \cdot \mu_l \cdot m_s} \cdot \frac{\rho_l}{\rho_c} \quad (6)$$

Система уравнений (1) и (6) может использоваться, чтобы оценить производительность и скорость отжима жидкой фазы, если развивающееся давление в экструдере известно.

Система уравнений (1) и (6) может быть преобразована к виду (индекс при Q опускается):

$$Q = A - B \cdot \frac{dP}{dX} \quad (7)$$

$$-\frac{dQ}{dX} = C \cdot P \quad (8)$$

$$\text{где: } A = \frac{\pi \cdot D \cdot W \cdot H \cdot N \cdot \cos \theta \cdot f_d \cdot k_1}{2}; \quad B = \frac{H^3 \cdot W \cdot f_{ps} \cdot f_{pd} \cdot k_2}{12 \cdot n \cdot \mu_c}; \quad C = \frac{\pi \cdot D}{\alpha_s \cdot \mu_l \cdot m_s} \cdot \frac{\rho_l}{\rho_c}$$

После дифференцирования уравнения (7), получим:

$$\frac{dQ}{dX} = -B \cdot \frac{d^2 P}{dX^2} \quad (9)$$

При подстановке последнего уравнения в (8) система (7) и (8) может быть сведена к одному дифференциальному уравнению второго порядка.

$$\frac{d^2 P}{dX^2} = \frac{C}{B} \cdot P \quad (10)$$

Правая часть уравнения зависит от X, т.е. уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 P}{dX^2} = \varphi(P) \quad (11)$$

где: $\varphi(P) = \frac{C}{B} \cdot P$

В этом случае положим $v = \frac{dP}{dX}$, тогда

$$\frac{d^2 P}{dX^2} = \frac{dv}{dX} = \frac{dv}{dP} \cdot \frac{dP}{dX} = v \cdot \frac{dv}{dP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d(v^2)}{dP} \quad (12)$$

Уравнение (11) переписывается так:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d(v^2)}{dP} = \varphi(P) \quad (13)$$

откуда

$$v^2 = 2 \cdot \int \varphi(P) \cdot dP \quad (14)$$

и

$$v = \frac{dP}{dX} = \sqrt{2 \cdot \int \varphi(P) \cdot dP} \quad (15)$$

Для нашего случая

$$\frac{dP}{dX} = \sqrt{2 \cdot \int \frac{C}{B} \cdot P \cdot dP} = P \cdot \sqrt{\frac{C}{B}} \quad (16)$$

Интегрируем в пределах всей длины канала одношнекового экструдера L и с конечным давлением P_k

$$\int_P^{P_k} \frac{dP}{P} = \int_X^L \sqrt{\frac{C}{B}} \cdot dX. \quad (17)$$

Получаем

$$\ln\left(\frac{P_k}{P}\right) = \sqrt{\frac{C}{B}} \cdot (L - X) \quad (18)$$

или

$$P = P_k \cdot \exp\left(\sqrt{\frac{C}{B}} \cdot (X - L)\right) \quad (19)$$

После подстановки в (8):

$$-\frac{dQ}{dX} = C \cdot P_k \cdot \exp\left[\sqrt{\frac{C}{B}} \cdot (X - L)\right] \quad (20)$$

интегрируем (изменяя пределы интегрирования по Q устраним знак «-» и заменим Q_0 в соответствии с уравнением (1) на A) и получаем

$$Q = A - B \cdot \left[P_k \cdot \sqrt{\frac{C}{B}} \cdot \exp\left[\sqrt{\frac{C}{B}} \cdot (X - L)\right] \right] \quad (21)$$

Полученное уравнение является аналитическим решением исходных дифференциальных уравнений (1) и (6) и справедливо в пределах всей длины канала с неизменной геометрией одношнекового экструдера.

Расход материала в отверстии матрицы экструдера Q_m описывается уравнением:

$$Q_m = \frac{8 \cdot \pi}{\frac{\Delta P}{L_0} K^{\frac{1}{n}}} \cdot \left(\frac{1}{2} r_0 \cdot \frac{\Delta P}{L_0} - \tau_0 \right)^{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} \cdot \left[\frac{\left(\frac{1}{2} r_0 \cdot \frac{\Delta P}{L_0} - \tau_0 \right)^2}{\left(3 + \frac{1}{n}\right)} + \frac{\tau_0^2}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} + 2 \cdot \tau_0 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2} r_0 \cdot \frac{\Delta P}{L_0} - \tau_0 \right)}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)} \right] \quad (22)$$

где L_0 и r_0 – геометрические размеры отверстия матрицы – длина и радиус, соответственно; K , τ_0 и n – параметры реологического уравнения для экструдированного материала.

Содержание отжимаемой жидкости в экструдированном материале, выраженное в массовых долях, в любой точке вдоль вала может быть вычислено как:

$$F = 1 - (1 - F_0) (Q_0 \rho_{с0} / Q_x \rho_{сx}) \quad (22)$$

где нижний индекс 0 относится к начальному сечению экструдерного канала.

Полученные в итоге значения Q_0 и F_k используются, чтобы вычислить производительность и остаточную маслячность, соответственно, следующим образом:

$$Q_{п} = Q_0 \cdot \rho_{с0} \cdot 3600 \quad (23)$$

$$M_k = F_k \cdot 100 \quad (24)$$

где $Q_{п}$ – производительность экструдера по исходному материалу, кг/час; M_k – остаточное содержание жидкой фазы в материале на выходе из экструдера, %.

Необходимые для расчета свойства:

- плотность ацетона (кг/м³): $\rho_l = 0,787 \cdot 10^3$

- плотность твердой фазы (кг/м³): $\rho_c = 1,050 \cdot 10^3$

- вязкость ацетона (Па·с): $\mu_l = 3,16 \cdot 10^{-4}$

- вязкость массы фосфатидного концентрата (Па·с):

$$\mu_c = \frac{\tau}{\gamma} + K \cdot \gamma^{n-1}$$

где: γ – скорость сдвига внутри шнекового канала экструдера:

$$\gamma = \frac{\pi^2 \cdot (D - H) \cdot (D - 2 \cdot H) \cdot N}{60 \cdot H \cdot \sqrt{\pi^2 \cdot (D - 2 \cdot H)^2 + W^2}} \quad (25)$$

$\tau = 244,6 - 0,124 \cdot t$ – напряжение сдвига, Па·с;

$K = 1,623 + 270,24 \cdot \exp(-8,59 \times 10^{-2} \cdot t)$ – коэффициент напряжение сдвига, Па·с;

$n = -2,083 \times 10^{-2} + 6,8 \times 10^{-2} \cdot \exp(-2,4 \times 10^{-2} \cdot t)$ – индекс течения;

t – температура, °С.

Масса твердых на единицу площади фильтрации в экструдере дается соотношением:

$$m_s = \frac{\rho_s \cdot H}{\left(1 + \frac{w_h}{1 - w_h}\right) \cdot \rho_l} \quad (26)$$

Сформулированная математическая модель идентифицировалась по результатам лабораторных экспериментов:

$$A = \pi \cdot D \cdot W \cdot H \cdot N \cdot \cos \left[\arctan \left(\frac{S}{D} \right) \right] \cdot \frac{1 - (0,487 \cdot n^2 - 0,948 \cdot n + 0,972) \cdot \frac{H}{W}}{2} \cdot A_k(\gamma) \quad (27)$$

$$B = \frac{H^3 \cdot W \cdot \left[1 - (0,949 \cdot n^2 - 1,87 \cdot n + 1,59) \cdot \frac{H}{W} \right] \cdot B_k(\gamma)}{12 \cdot n \cdot \mu_c} \quad (28)$$

$$C = \frac{\pi \cdot D \cdot \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{те}}} \cdot \frac{\rho_{\text{те}} \cdot H}{\alpha(\gamma) \cdot \mu_{\text{ст}} \cdot \rho_{\text{те}} \cdot H} \cdot \frac{1}{1 + \frac{w_n}{1 - w_n}} \quad (29)$$

Коэффициенты модели идентифицировались по результатам лабораторных экспериментов.

На основании представленного, можно сделать следующий вывод: совмещенная математическая модель производительности и отжима позволяет идентифицировать по экспериментальным данным постоянные коэффициенты фильтрации и корректировки прямого потока, а также зависимость коэффициента корректировки обратного потока от скорости сдвига.

Литература:

1. Бутина Е.А. Научно-практическое обоснование технологии и оценка потребительских свойств фосфолипидных биологически активных добавок : автореф. дис. д-ра. техн. наук. / Куб. гос. техн. ун-т. Краснодар, 2003. 53 с.
2. Меретуков М.А., Меретуков З.А., Кошевой Е.П. Разработка аппаратного оформления стадии отгонки растворителя технологии производства БАД «Витол» // Технологии и продукты здорового питания: материалы международной конференции. М.: Издательский комплекс МГУПП, 2005. С. 131-134.
3. Бернхардт Э. Переработка термопластичных материалов. М.: Химия, 1965.
4. Кошевой Е.П., Меретуков З.А., Меретуков М.А. Экструдеры (теория, конструирование и расчет). Майкоп: МГТИ, 2003. 95 с. Деп. в ВИНТИ 30.10.2003. №1893-В2003.