УДК 519.83
ББК 22.18
Н – 16

Нагоева Дженьет Шумафовна, *доцент, кандидат экономических наук, доцент кафедры высшей математики и системного анализа инженерно-экономического факультета Майкопского государственного технологического университета, т.: 89094709345.*

ТЕОРИЯ ИГР КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ИДЕНТИФИКАЦИИ СОСТОЯНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

(рецензирована)

Теория игр не может рассматриваться как строгий аппарат, достаточный для принятия однозначных решений в сфере управления развитием социально-экономических систем. Матричные игры являются ориентиром, определяющим этапность и подходы к формализации внутрисистемных взаимодействий.

Ключевые слова: рефлексивность, коалиция, матрица, матричные игры.

Nagoeva Djanet Shumafovna, *Cand of Economics, associate professor, associate professor of the chair of higher mathematics and system analysis, engineering-economic faculty of Maikop State Technological University, tel.: 89094709345.*

THEORY OF GAMES AS MATHEMATICAL APPARATUS OF IDENTIFICATION OF STATE AND MANAGEMENT OF ECONOMIC SYSTEMS

Theory of games can be considered as a strict apparatus, sufficient for taking univocal decisions in sphere of management of social economic systems development. Matrix games are guideline which defines staging and approaches to formalization of intersystem interrelations.

Keywords: reflexivity, coalition, matrix, matrix games.

Для описания поведения элементов социально-экономических систем, наиболее существенными свойствами которых являются активность и рефлексивность [1], одним из наиболее адекватных математических аппаратов является теория игр.

В теории игр классификацию последних можно проводить: по количеству игроков, количеству стратегий, характеру взаимодействия игроков, характеру выигрыша, количеству ходов, состоянию информации и т.д. [2]. В зависимости от количества игроков различают игры двух и n игроков. Первые из них наиболее изучены. Игры трёх и более игроков менее исследованы из-за возникающих принципиальных трудностей и технических возможностей получения решения. Чем больше игроков - тем больше проблем. По количеству стратегий игры делятся на конечные и бесконечные. Если в игре все игроки имеют конечное число возможных стратегий, то она называется конечной. Если же хотя бы один из игроков имеет бесконечное количество возможных стратегий игра называется бесконечной.

По характеру взаимодействия игры делятся на:

- бескоалиционные: игроки не имеют права вступать в соглашения, образовывать коалиции;
- коалиционные (кооперативные) – могут вступать в коалиции.

В кооперативных играх коалиции наперёд определены.

По характеру выигрышей игры делятся на: игры с нулевой суммой (общий капитал всех игроков не меняется, а перераспределяется между игроками; сумма выигрышей всех игроков равна нулю) и игры с ненулевой суммой. По виду функций выигрыша игры делятся на [2]: матричные, биматричные, непрерывные, выпуклые, сепарабельные, типа дуэлей и др.

Матричная игра – это конечная игра двух игроков с нулевой суммой, в которой задаётся выигрыш игрока 1 в виде матрицы (строка матрицы соответствует номеру применяемой стратегии игрока 2, столбец – номеру применяемой стратегии игрока 2; на пересечении строки и столбца матрицы находится выигрыш игрока 1, соответствующий применяемым стратегиям).

Для матричных игр доказано, что любая из них имеет решение и оно может быть легко найдено путём сведения игры к задаче линейного программирования.

Матричные игры являются достаточно адекватным аппаратом описания поведения элементов социально-экономических систем, поскольку множество альтернатив, из которых субъект (лицо, принимающее решение) осуществляет выбор, реализуя, тем самым, свои возможности по достижению целей. Кроме того, внешние условия, определяющие ситуацию, в которой данные решения принимаются, могут быть также объединены в некоторое конечное число описаний.

Возникающие в социально-экономических системах взаимодействия между элементами могут носить коалиционный характер, однако относительно сформированных коалиций неправомерно утверждение об их какой-либо относительно большой продолжительности существования, то есть они не обладают свойством инерционности, что приводит к частым изменениям структуры коалиций. В связи с этим, учет возможности образования коалиций предлагается осуществить посредством дополнения матрицы выигрышей каждого участника игры вариантами ситуаций, соответствующими его участию в тех или иных коалициях.

Очевидно, более адекватными для описания поведения элементов социально-экономических систем являются игры с ненулевой суммой, что является отражением синергетических (мультипликативных) свойств рассматриваемых систем [3]. Данное свойство проявляется в том, что эффект некоторых совместных действий элементов не равен сумме эффектов от действий каждого из рассматриваемых элементов по отдельности.

В данном случае целесообразно использование биматричных игр. Поскольку количество моделируемых элементов может быть достаточно велико, причем каждый из них имеет собственное представление о совокупности своих выигрышей (проигрышей), игра становится «полиматричной». В теории игр доказана теорема (Нэша) о том, что каждая конечная биматричная бескоалиционная игра имеет по крайней мере одну ситуацию равновесия [4]. Полученное решение имеет вид смешанной стратегии – распределение вероятностей принятия решений каждым игроком во времени.

Пусть у игрока 1 имеется m стратегий, у игрока 2 имеется n стратегий. Выигрыши игроков 1 и 2 соответственно задаются матрицами [4]

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}.$$

Будем считать полный набор вероятностей $x = (x_1, \ldots, x_m)$ применения 1 игроком своих чистых стратегий смешанной стратегией игрока 1, и $y = (y_1, \ldots, y_n)$ – смешанной стратегией игрока 2. тогда средние выигрыши игроков 1 и 2 соответственно равны

$$\begin{cases} E(A,x,y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i y_j = xAy^T \\ E(B,x,y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij} x_i y_j = xBy^T \end{cases}.$$

Ситуация равновесия для биматричной игры составляет пару (x,y) таких смешанных стратегий игроков 1 и 2, которые удовлетворяют неравенствам:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j \le \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i y_j \quad (i = \overline{1,m}) \\ \sum_{i=1}^{m} b_{ij} x_i \le \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij} x_i y_j \quad (j = \overline{1,n}) \end{cases} \tag{1}$$

Для определения ситуаций равновесия необходимо решить систему неравенств (1) относительно неизвестных $x = (x_1, \ldots, x_m)$ и $y = (y_1, \ldots, y_n)$ при условиях

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1, \quad \sum_{j=1}^{n} y_j = 1, \quad x_i \geq 0 \quad (i = \overline{1,m}), \quad y_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,n}).$$

Неравенства (1) отражают ситуацию «экономически целесообразного», оптимального в смысле полученного каждым участником выигрыша поведения. Активность каждого из элементов социально-экономической системы и наличие у них индивидуальных качеств (личностных, возрастных, обусловленных историческими и другими факторами) определяют отклонения множества принимаемых решений от оптимальных. Рассматривая данный процесс во времени (последовательность и частоту принятия отдельных решений) можно представить данный процесс как переходный от некоторой текущей применяемой игроком смешанной стратегии к оптимальной, движение к которой поддерживается различными (в основном рыночными) стимулами (рисунок 1).

Значительный период времени существования элемента в системе обусловливает необходимость его сегментации, для чего может быть использован принцип «скользящего окна» (рисунок 1, верхяя координатная плоскость), перемещаемого вдоль оси времени.

Данное положение вполне соответствует реальной ситуации, поскольку определение различных показателей эффективности деятельности осуществляется каждым системным элементом периодически (год, квартал, месяц). Таким образом, предлагаемый подход оказывается еще и достаточно информационно обеспеченным.

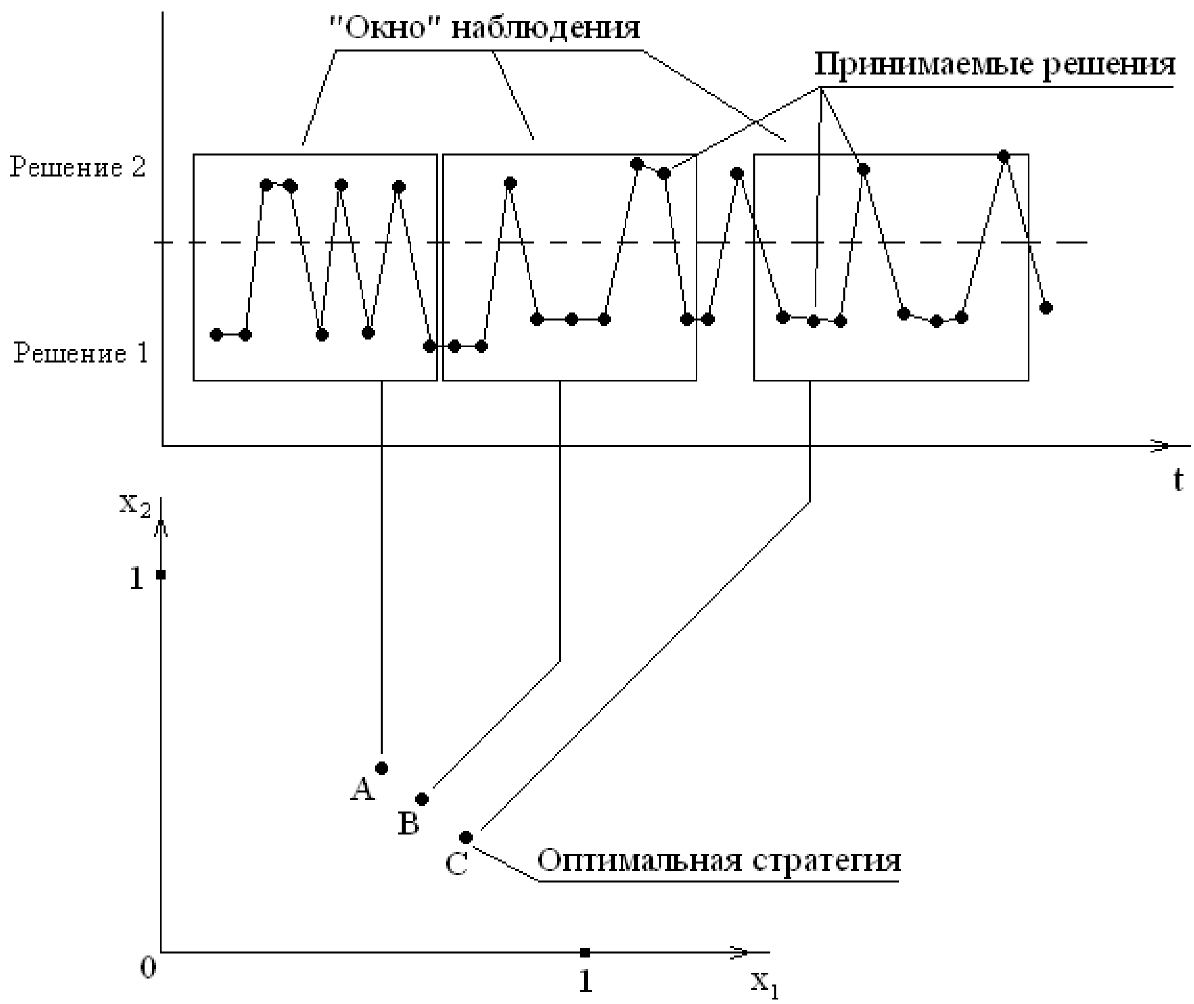

Рис. 1. - Процесс достижения оптимальной смешанной стратегии элементом социально-экономической системы

Показанная на рисунке 1 ситуация соответствует случаю, когда у игрока имеется только два возможных решения (определяется необходимостью простоты иллюстрации). Фактическая используемая смешанная стратегия определяется простым подсчетом частот принимаемых решений в пределах одного окна наблюдения. Приведенные параметры стратегии характеризуются следующими значениями: A(5/9;4/9), B(2/3;1/3), C(3/4;1/4) – оптимальное значение.

Невозможность получения каждым участником взаимодействий достаточно полной и достоверной информации (неопределенность условий) обусловливает тот факт, что в социально-экономической системе доля элементов, не достигших оптимальной стратегии значительно больше, чем экономически целесообразно функционирующих. Это позволяет рассматривать биматричные игры более как ориентир, определяющий этапность и подходы к формализации внутрисистемных взаимодействий, чем строгий аппарат, достаточный для принятия однозначных решений в сфере управления.

Литература:

1. Нагоева Д.Ш. Системная характеристика прцессов региональных взаимодействий // Экономика и технологии. 2005. № 2. С. 83-85.

2. Лябах Н.Н., Шабельников А.Н. Техническая кибернетика на железнодорожном транспорте. Ростов н/Д, 2002.

3. Нагоева Д.Ш., Гишев А.Г., Цалов Г.В. Особенности управления слабоструктурированными экономическими системами. Майкоп, 2005.

4. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. М., 2003.